

CAPÍTULO 4

TRANSMISIÓN ELÉCTRICA¹

1. FUNDAMENTOS DE LA TRANSMISIÓN

La operación económica de los sistemas eléctricos, la evaluación las decisiones de inversión en transmisión e incluso los métodos de asignación de costos entre los usuarios están condicionados por las leyes físicas que gobiernan el funcionamiento de estos sistemas. Por ello, para entender los métodos de regulación de esta actividad es conveniente resumir algunas leyes del funcionamiento de los sistemas eléctricos de potencia. En primer lugar, debemos considerar las variables físicas que intervienen en la transmisión de electricidad, las cuales se resumen en el cuadro 4.1.

La potencia eléctrica (W) es igual al producto del voltaje (V) por la intensidad de la corriente (I). Esta relación se denota por:

$$W = V \times I \quad (4.1.)$$

Se denomina *corriente continua o directa* cuando tanto el voltaje como la intensidad de corriente —también conocida como amperaje— son constantes en magnitud y dirección. Se denomina *corriente alterna* cuando el voltaje y la intensidad de corriente varían en magnitud y dirección, formando ciclos en el tiempo.² La frecuencia es el número de ciclos por segundo y se mide en hertz (H), que corresponde a un ciclo por segundo.

La posibilidad de transmitir un mismo nivel de potencia modificando el voltaje y la intensidad tiene una serie de consecuencias sobre la operación de los sistemas eléctricos, lo cual se ilustra en el siguiente ejemplo sobre cambios en el nivel de voltaje y reducción de las pérdidas de energía.

¹ Para una primera lectura enfocada en la regulación de la transmisión se puede revisar directamente el subcapítulo 5. Esta sección está basada en Stoft 2002.

² Normalmente estas variaciones se pueden representar mediante una función senoidal.

Cuadro 4.1. Principales variables de la transmisión eléctrica

Variable	Definición	Símbolo	Unidad de medida	Símbolo de la unidad de medida	Significado de la unidad de medida
Intensidad de corriente	Se refiere a la cantidad de electrones que pasa por una sección del conductor eléctrico por unidad de tiempo.	I	Amperio	$A = C / s$	Un amperio representa a $1,25 \times 10^{18}$ electrones (1 coulomb = 1 C) que atraviesan una sección del conductor por segundo (s).
Voltaje	Representa la fuerza motriz que permite mover los electrones de un punto a otro punto. También se le conoce como <i>diferencia de potencial</i> . ^(*)	V	Voltios	$V = J / C$	Un voltio representa un joule de fuerza (J) empleado para mover $1,25 \times 10^{18}$ electrones (C).
Potencia eléctrica ^(**)	Es la cantidad de trabajo que realiza una corriente eléctrica por una unidad de tiempo.	W	Watts	$W = J / s$	Un watt o vatio representa el trabajo realizado por $1,25 \times 10^{18}$ electrones para desplazarse de un punto a otro punto, empleando un joule de fuerza (J) durante un segundo (s).

^(*) El potencial eléctrico en un punto es el trabajo que debe realizar una fuerza eléctrica para mover una carga unitaria desde ese punto hasta el infinito, donde el potencial es cero. Dicho de otra forma, es el trabajo que debe realizar una fuerza externa para traer una carga unitaria desde el infinito hasta el punto considerado en contra de la fuerza eléctrica. Si dos puntos que tienen una diferencia de potencial se unen mediante un conductor, se producirá un flujo de corriente eléctrica. El potencial eléctrico se mide en voltios.

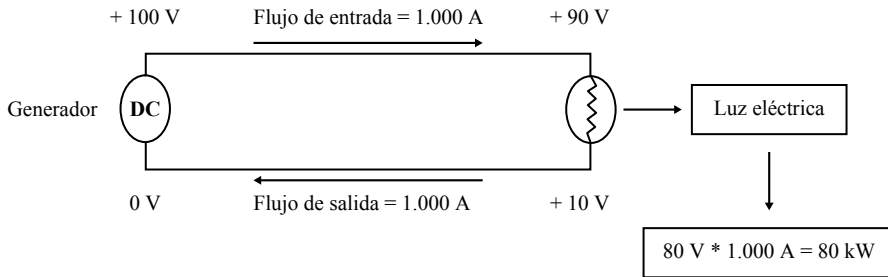
^(**) Utilizaremos W en lugar de P , como símbolo de la potencia eléctrica, con la finalidad de evitar confusiones, pues el símbolo P se utiliza en el texto para denotar precios.

En el gráfico 4.1., se aprecia que la potencia (W) utilizada por un conjunto de luminarias para producir luz eléctrica es igual producto del voltaje (V) por el flujo de corriente (I) que atraviesa el conjunto de luminarias, es decir, $W = 80 \text{ V} \times 1.000 \text{ A} = 80 \text{ kW}$.

En cambio, la potencia producida por el generador es $100 \text{ V} \times 1.000 \text{ A} = 100 \text{ kW}$. La diferencia son las pérdidas que se dan en el circuito eléctrico, 10 kW en cada

segmento, debido a que la existencia de fricción en la transmisión de electricidad hace difícil el paso de esta a través de las líneas.³ Por ello se da una disminución del potencial eléctrico entre ambos extremos de la línea pasándose de 100 V a 90 V. Es decir, que el potencial eléctrico, también medido en voltios, en el flujo de entrada es mucho mayor que en el flujo de salida.

Gráfico 4.1. Transmisión de potencia en corriente directa



Fuente: Stoft 2002

La relación entre voltaje —que viene a medir esta diferencia de potenciales—, corriente y fricción se expresa a través de una igualdad entre el voltaje y el producto de la intensidad de la corriente por la resistencia (ley de Ohm):

$$V = I \times R \quad (4.2.)$$

Donde la resistencia (R) se mide en ohmios. Esta ecuación 4.2. es importante porque la resistencia es un valor fijo para el segmento de la línea. Con dicha ecuación podemos calcular la resistencia entre cada uno de los tramos de la línea mostrados en el gráfico 4.1. En este caso, el voltaje o diferencia de potencial entre dos segmentos ha disminuido a $10 \text{ V} = 10 - 0 = 100 - 90 = 1.000 \times R$, lo que da $R = 0,01$ ohmios.⁴

Ahora cambiemos el generador del gráfico 4.1. para que produzca con 1.000 V y solo 100 A de intensidad de corriente, manteniendo la potencia en 100 kW, tal como se muestra en el gráfico 4.2. Utilizando la ecuación 4.2. se puede obtener el voltaje del mismo tramo de la línea considerado anteriormente:

$$V = 100 \times 0,01 = 1 \text{ voltio} = 1 - 0 = 1.000 - 999 \quad (4.3.)$$

³ Esta fricción es mayor si el medio para la corriente es el filamento de un foco en vez de una línea de transmisión, lo cual origina el fenómeno de calentamiento (efecto joule).

⁴ Se puede ver también que la suma de las diferencias de potencial en el circuito es igual a cero ($100 - 90 + (90 - 100) + (10 - 0) + (0 - 10) = 0$), lo cual es una aplicación de la segunda ley de Kirchhoff (ver apéndice 4.1.).

De la expresión anterior se aprecia que la disminución del voltaje es mucho menor si el generador tiene un voltaje mayor (10 voltios versus 1 voltio). Por otro lado, vimos que la corriente es menor (100 A), de modo que la potencia luego de la generación de luz eléctrica, que denominaremos «pérdida de potencia» (L) y que vuelve para cerrar el circuito eléctrico, es solamente de:

$$L = 1V \times 100 A = 100 W \quad (4.4.a)$$

cuando originalmente era:

$$L = 10V \times 1.000 A = 10.000 W \quad (4.4.b)$$

Vemos entonces que elevando el voltaje 10 veces, las pérdidas de transmisión se reducen en 100 veces, sin que se reduzca la potencia transmitida. Las pérdidas de transmisión en el primer caso fueron de 20 kW (100 kW que se produjeron menos 80 kW que llegaron al conjunto de luminarias, perdiéndose 10 kW en cada segmento del circuito), mientras que en el segundo caso solo ascendieron a 0,2 kW (100 kW que se produjeron menos 99,8 kW que llegaron al conjunto de luminarias, 0,1 kW en cada segmento del circuito).

Las pérdidas de transmisión también se pueden analizar reemplazando la ecuación 4.2. en la 4.1. para obtener una expresión de la potencia en función de la resistencia y el voltaje:

$$W = V \times I = I \times R \times I = R \times I^2 \quad (4.5.)$$

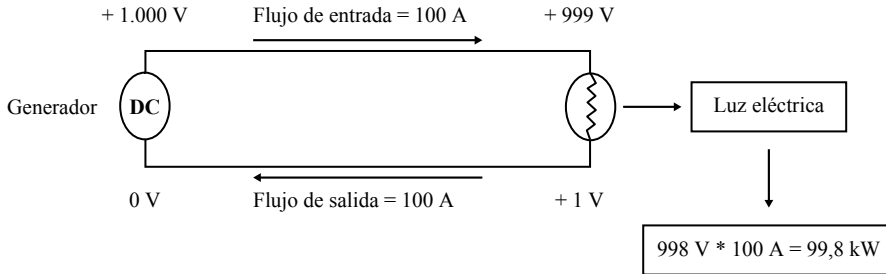
Como se comentó, esta potencia medida luego de la generación de energía en forma de luz eléctrica vendría a representar la pérdida de energía. Se aprecia claramente que las pérdidas de transmisión son directamente proporcionales a la resistencia y al cuadrado de la intensidad de la corriente. Este resultado es exacto en una línea de corriente directa y aproximado en una línea de corriente alterna. Alternativamente, las pérdidas también se pueden expresar de la siguiente forma:

$$L = \frac{R \times W^2}{V^2} = aW^2 \quad (4.6.)$$

Dado que es más económico usar las líneas de alto voltaje para la transmisión, pero que, por otro lado, dichos voltajes no se pueden usar para el consumo doméstico, pues se incrementan los problemas de seguridad, se requieren transformadores. Un transformador cambia el voltaje y el flujo de corriente sin cambiar la potencia; es decir, si por una línea ingresa a un transformador un voltaje V_1 y una corriente I_1 , y por el otro lado egresa un voltaje V_2 y una corriente I_2 , tenemos que:

$$W = V_1 \times I_1 = V_2 \times I_2 \quad (4.7.)$$

Gráfico 4.2. Reducción de pérdidas con mayor voltaje



Por ejemplo, si una línea de alta tensión tiene un voltaje de 10.000 V y transporta una corriente de 100 A, e ingresa a un transformador que convierte el voltaje a 220 V, la corriente que egresa será de:

$$I_2 = \frac{V_1 \times I_1}{V_2} = \frac{10.000\text{ V} \times 100\text{ A}}{220\text{ V}} = 4.545\text{ A} \quad (4.8.)$$

Dado que la sección de los conductores de las líneas de transporte de energía eléctrica depende de la intensidad de corriente que se requiere transmitir (cuanto menor es la intensidad es factible usar líneas de transmisión de menor diámetro), podemos entonces, mediante un transformador, elevar el voltaje hasta valores altos —alta tensión—. Con esto la misma energía puede ser distribuida a largas distancias con bajas intensidades de corriente y, por tanto, con bajas pérdidas por causa del efecto Joule.⁵ Una vez en el punto de utilización o en sus cercanías, el voltaje puede ser de nuevo reducido para su uso industrial o doméstico de forma cómoda y segura. Sin embargo, para que se puedan utilizar transformadores se requiere corriente alterna, pues no es posible modificar el voltaje cuando se utiliza corriente continua.

2. LÍMITES FÍSICOS DE LA TRANSMISIÓN

La transmisión de electricidad enfrenta tres tipos de límites físicos. El primer tipo son los límites térmicos por los cuales las pérdidas pueden elevar la temperatura de las líneas, haciéndolas ceder o fundirse. El segundo tipo es la energía reactiva, que surge de la desincronización del voltaje y la corriente eléctrica en los sistemas de corriente alterna, la cual ocasiona pérdidas, aunque ayuda a mantener el voltaje de destino a un cierto nivel y puede reducirse colocando capacitores en el destino de la carga.⁶

⁵ Si en un conductor circula corriente eléctrica, parte de la energía cinética de los electrones se transforma en calor debido al choque que sufren con las moléculas del conductor por el que circulan, elevando la temperatura del mismo y causando pérdidas de energía.

⁶ Una explicación adecuada puede encontrarse en Stoft 2002: 384-385.

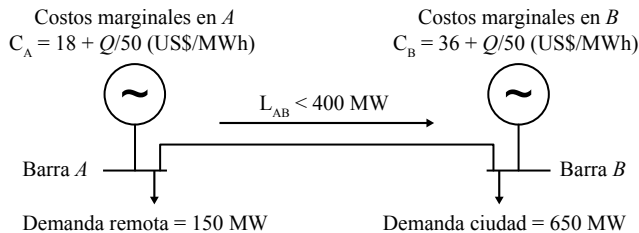
El tercer tipo tiene que ver con el límite de estabilidad del sistema ocasionado por la diferencia de voltaje entre extremos necesaria para que pueda fluir la corriente eléctrica. Diferencias mayores de voltaje entre extremos pueden generar un colapso del sistema. Para evitar estos problemas el operador del sistema impone límites a la cantidad de energía que se puede transmitir por una línea y en algunos casos incorpora criterios adicionales de diseño y operación a fin de mantener la confiabilidad del servicio, como el criterio « $n-1$ », donde el sistema posee cierta redundancia, haciendo que pueda seguir funcionando ante la salida de una línea con las $n-1$ líneas restantes.

3. CONGESTIÓN EN LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

En el subcapítulo anterior se indicó cómo se calculan los límites a la capacidad de transmisión. Es decir, además de la capacidad de diseño de las líneas existen otros aspectos que se deben considerar, los cuales limitan la capacidad de transmisión por debajo de su capacidad teórica. Ellos son, como se ha mencionado, los límites térmicos, pérdidas de energía reactiva y límites de estabilidad. Debido a los límites en la capacidad de transmisión —los cuales causan congestión en algunos períodos—, el precio de la electricidad puede variar sustancialmente entre localidades.

Un ejemplo puede ayudar a ilustrar este tema. El gráfico 4.3. muestra dos localidades, A y B , en las cuales se produce y consume electricidad. Ambas están conectadas por una línea de transmisión a través de la cual lo máximo que se puede pasar son 400 MW. Existen varios generadores en A y B , de modo que el costo de abastecimiento es creciente en cada una de ellas. Se puede suponer por ejemplo que en A los generadores usan como combustible gas natural y en B usan centrales a diésel, teniendo algunas diferencias en la eficiencia de las centrales dentro de cada zona, lo que explica que los costos marginales sean crecientes.

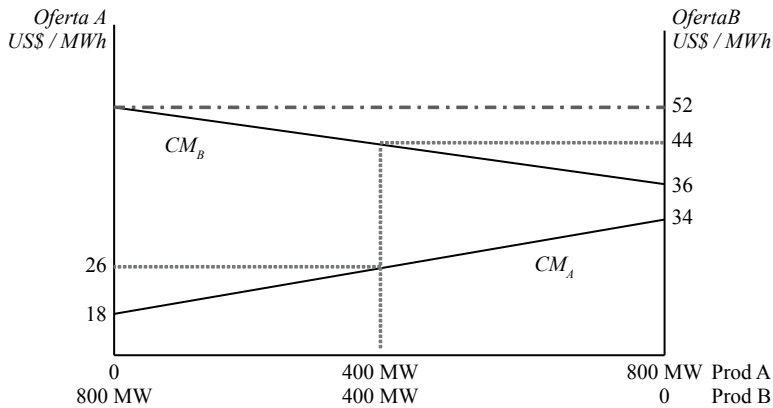
Gráfico 4.3. Ejemplo de análisis de transmitir electricidad entre dos localidades



Si graficamos ambas curvas de oferta o de costos marginales en el sentido inverso, es decir, una frente a la otra —para el total de 800 MW correspondiente a la suma de

las demandas de las dos localidades—, se pueden comparar los costos de producción de ambas localidades, tal como se muestra en el gráfico 4.4. Se asume por simplicidad que las demandas son inelásticas al precio.

Gráfico 4.4. Comparación de costos marginales entre zonas con igual reparto de la producción



Se puede ver del gráfico 4.4. que el costo marginal de producir en *A* es inferior al costo marginal de producir en *B* para todos los niveles de demanda existentes. A modo de ejercicio se pueden calcular los costos marginales en cada zona si ambas se repartieran proporcionalmente la demanda total (400 MW cada una), obteniéndose que el costo marginal en *A* es de US\$ 26 por MWh y el costo marginal en *B* es de US\$ 44 por MWh, los cuales también se presentan en el gráfico 4.4. Por ello, de no existir restricciones de transmisión, lo eficiente sería utilizar solo producción de los generadores en *A* para abastecer tanto la demanda de *A* como de *B*, y el costo marginal sería:

$$CMg = 18 + \frac{800}{50} = 34 \text{ US\$ / MWh} \quad (4.9.)$$

En un mercado competitivo, donde se abstraen los límites en la capacidad de transmisión, el precio será igual al costo marginal, es decir, US\$ 34 por MWh sin considerar el costo de transmisión.⁷

⁷ Este es un ejemplo simplificado pues hemos visto que en generación eléctrica se suele añadir el costo fijo anualizado, pero ello no altera la estructura de este análisis. Debe tenerse en cuenta también que el resultado obtenido en este caso particular —que *A* produzca toda la demanda de ambas localidades cuando no existen restricciones de transmisión— está asociado a las funciones de costos utilizadas, pues si estas cambiaran podría ser eficiente usar las centrales de ambas localidades haciéndolas producir hasta que los costos marginales de las generadoras de ambas localidades sean iguales. Por ejemplo, si se tuvieran

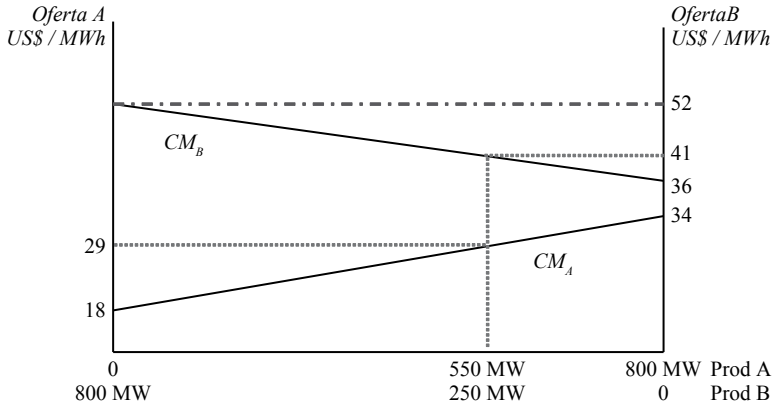
Por otro lado, en el gráfico 4.5. podemos determinar los precios que se formarían en cada localidad dada la restricción de transmisión de A a B de 400 MW. Puesto que A abastece también los 150 MW de demanda de su zona, tenemos que la producción de A es 550 MW y el costo marginal y precio en A es:

$$P_A = CM_{g_A} = 18 + \frac{550}{50} = \text{US\$ } 29 / \text{MWh} \quad (4.10.)$$

mientras que la producción en B es de 250 MW y el costo marginal y precio en B es de:

$$P_B = CM_{g_B} = 36 + \frac{250}{50} = \text{US\$ } 41 / \text{MWh} \quad (4.11.)$$

Gráfico 4.5. Comparación de costos marginales entre zonas con despacho eficiente considerando la restricción de transmisión



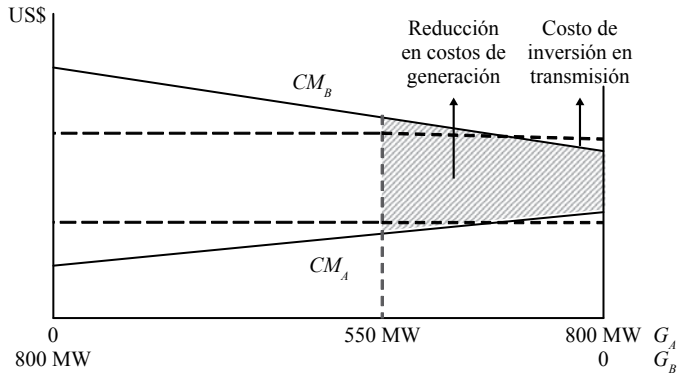
Comparando el precio de electricidad sin restricciones en la transmisión de US\$ 34 por MWh (4.9.) con el precio con restricciones de US\$ 29 por MWh para A y de US\$ 41 por MWh para B , vemos que se ha generado una diferencia de precios entre A y B de US\$ 12 por MWh.

Ello nos lleva a una pregunta: ¿vale la pena para los usuarios en B que se realice una ampliación de la capacidad de transmisión a fin de poder importar energía más barata de A ? La respuesta es que para saberlo hay que calcular la diferencia entre los costos de generación debido a los 250 MW que se tienen que generar en B en lugar de A por la existencia de la restricción en la capacidad de transmisión. Esta diferencia, que sería un ahorro para los consumidores en B , hay que compararla con el costo

las funciones de costos $CM_{g_A} = 22 + \frac{G_A}{50}$ y $CM_{g_B} = 32 + \frac{G_B}{50}$, sería eficiente que en A se produjeran 650 MW, y en B , 150 MW, siendo el costo marginal en ambas localidades igual a US\$ 35 por MWh.

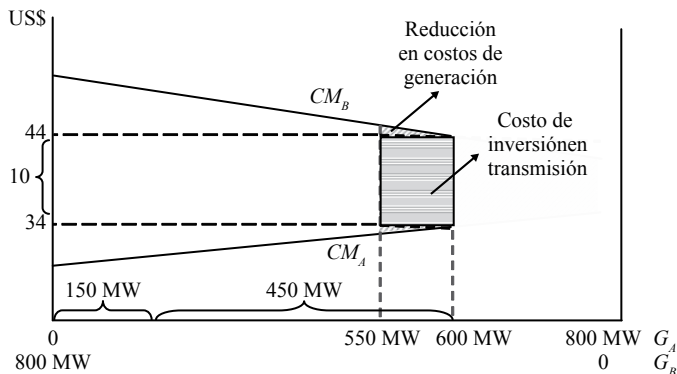
de la inversión requerida para ampliar la línea de transmisión. El gráfico 4.6. ilustra este análisis.

Gráfico 4.6. Ejemplo: ahorros y costos de incrementos en la capacidad de la transmisión



El área sombreada representa el ahorro de aumentar la generación en A y reducir la generación en B , mientras que el rectángulo muestra el costo de inversión en capacidad de transmisión —costo unitario multiplicado por los MW a transmitirse, en el caso de que este fuera constante—. En el gráfico 4.7. se puede ver que hasta en una ampliación de 400 MW a 450 MW en la capacidad de transmisión —es decir, que G_A pase de producir 550 a 600 MW—, el ahorro marginal en costos de generación es mayor que la inversión adicional en transmisión. Por lo tanto, en dicho ejemplo, valdría la pena ampliar la capacidad de transmisión en 50 MW pero no más que eso.

Gráfico 4.7. Obtención de la capacidad de transmisión óptima



Vemos que el área sombreada entre las curvas de costos para el rango entre 550 MW y 600 MW —pues incluye los 150 MW que se producen para satisfacer la

demanda interna de A — menos el rectángulo en el mismo rango representa el valor económico de la ampliación de la transmisión de 400 a 450 MW. Si queremos determinar el valor económico de ampliar más la capacidad de transmisión, digamos de 450 MW a 500 MW —lo que implica que G_A pase de 600 a 650 MW—, el valor sería negativo pues el área del rectángulo es mayor que el área sombreada.

Lo antes expuesto se puede generalizar para cualquier nivel de capacidad de transmisión, que se denominará K , por lo que el nivel óptimo de capacidad de transmisión se puede obtener de resolver el siguiente problema de optimización:

$$\text{Minimizar } CNT(K) = CF(K) - ACG(K) \quad (4.12.)$$

donde:

- $CNT(K)$: costo neto de la transmisión
- $CF(K)$: costo fijo de capacidad de transmisión (inversión y mantenimiento)
- $ACG(K)$: ahorro en costos de generación por la capacidad de transmisión
- K : capacidad de transmisión

Derivando e igualando a cero obtenemos las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial CF(K)}{\partial K} = \frac{\partial ACG(K)}{\partial K} \quad (4.13.)$$

Esta condición indica que el nivel óptimo de capacidad de transmisión se obtendrá cuando su costo marginal sea igual al ahorro marginal en los costos de generación en el sistema.

Si se asume un costo fijo de transmisión de US\$ 10 por MWh, usando los costos de generación del ejemplo, el nivel óptimo de capacidad se puede obtener de resolver la siguiente ecuación:

$$10 = \left[36 + \frac{G_B}{50} \right] - \left[18 + \frac{G_A}{50} \right] \quad (4.14.)$$

Si consideramos que A exportará a B la cantidad K , podemos definir que $G_A = D_A + K$ y por lo tanto que $G_B = D_B - K$. Reemplazando en la ecuación anterior nos da la siguiente expresión:

$$10 = \left[36 + \frac{D_B - K}{50} \right] - \left[18 + \frac{D_A + K}{50} \right] \quad (4.15.)$$

Reemplazando los valores de $D_B = 650$ y $D_A = 150$ y despejando tenemos que el valor óptimo de la capacidad de transmisión es 450 MW. Ello implica que debe ampliarse la capacidad de transmisión en 50 MW.

Un resultado importante del proceso de encontrar la capacidad de transmisión óptima usando estos criterios es que, si el costo unitario de transmisión es constante, se puede demostrar que, si se le paga al transmisor la diferencia de precios entre nodos por la capacidad de transmisión, este logrará recuperar todos sus costos. En este caso, ello implica que se cumpla la siguiente igualdad:

$$\text{Costo de transmisión} = 10K = (P_B - P_A) \times K \quad (4.16.)$$

Reemplazando los K óptimos tenemos: $10 \times 450 = (40 - 30) \times 450 = \text{US\$ } 4.500$ por MWh, que viene a representar el ingreso que debe generar la transmisión por MWh para amortizar sus costos.

Por ello, como se verá en el subcapítulo 6, un criterio de tarificación de las líneas de transmisión se basa en remunerarlas usando el valor obtenido de la diferencia de precios entre nodos. Este valor viene a ser la diferencia entre el pago total que realizan los consumidores de acuerdo a los costos marginales de suministro en cada nodo menos el valor de la energía producida valorizada al costo marginal de producción en cada nodo. Estos pagos y reconocimiento de costos son realizados normalmente en el mercado mayorista por el operador del sistema eléctrico. Los pagos de los consumidores y costos reconocidos a los generadores se resumen en el cuadro 4.2.:

Cuadro 4.2. Obtención del ingreso tarifario por congestión

Agente(demanda u oferta)	Cantidad demandada y cantidad producida	Precio y costo marginal en cada nodo (US\$ por MWh)	Costos de generadores y pagos de la demanda (US\$)
G_A	600	30	- 18.000
G_B	200	40	- 8.000
D_A	150	30	4.500
D_B	650	40	26.000
Suma algebraica (ingreso tarifario)	0		4.500

Sin embargo, este tipo de remuneración no necesariamente cubre todos los costos de las líneas debido a que suelen existir economías de escala en la construcción e indivisibilidades, lo que hace que las líneas no necesariamente se puedan adaptar al nivel óptimo. Por ejemplo, puede ser que el costo marginal de la inversión en transmisión sea US\$ 10 por MWh, pero que el costo medio sea mayor, como sucede si la función de costos de transmisión tiene la siguiente forma:

$$C(K) = 19K - \frac{K^2}{100} \quad (4.17.)$$

En este caso el costo marginal será: $\frac{\partial C(K)}{\partial K} = 19 - \frac{K}{50}$, el cual evaluado en $K = 450$ da US\$ 10 por MWh.

Mientras que el costo medio será: $\frac{C(K)}{K} = 19 - \frac{K}{100}$, el cual evaluado en $K = 450$ da US\$ 14,5 por MWh.

En este caso el costo total de la transmisión será 14,5 por 450, lo que da US\$ 6.525, monto mayor a los US\$ 4.500 recaudados con el ingreso tarifario, por lo que el monto restante (US\$ 2.025) deberá ser recaudado mediante el cobro de un cargo complementario o peaje.

En resumen, tenemos los siguientes costos totales de generación y transmisión:

$$CTGT = CTG + IT + CC = 22.000 + 4.500 + 2.025 = \text{US\$ } 28.525 \quad (4.18.)$$

donde:

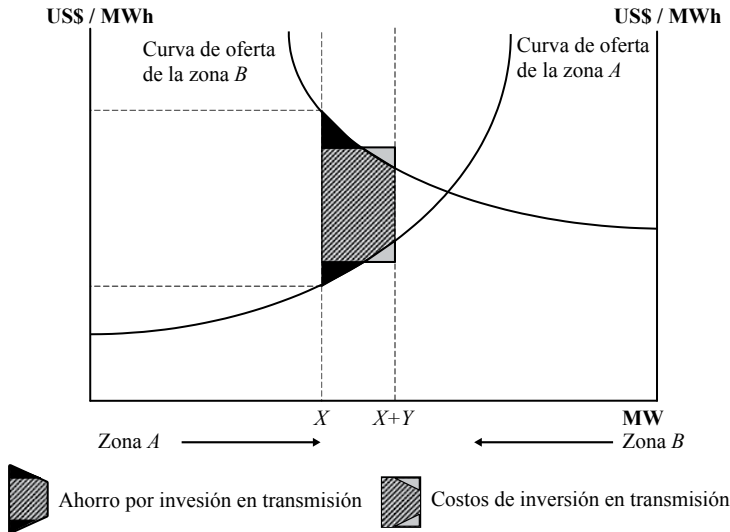
- $CTGT$: costo total generación y transmisión
- CTT : costo total de transmisión = $IT + CC$
- IT : ingreso tarifario por congestión
- CC : cargo complementario o peaje

El costo total por MWh es de US\$ 28.525, lo que, si asumimos que la demanda es igual durante todas las horas del año (8.760), nos da un costo total anual de US\$ 249.879.000. Adicionalmente, la inversión en transmisión presenta no solo economías de escala, sino indivisibilidades, lo que hace que muchas veces no se pueda tomar una decisión basada solo en criterios marginalistas. Además, si se tiene en cuenta que normalmente las decisiones de inversión las realiza un ente planificador dado el carácter monopólico de este subsector, tenemos que el planificador tiene que comparar el valor presente de los ahorros en los costos de generación con el costo total de la expansión en transmisión, decisión que se ilustra en el gráfico 4.8. En este caso pueden permitirse inversiones adicionales —denominadas Y — hasta un nivel donde se compensen los ahorros generados —medidos por la diferencias de costos en este rango— con el costo de la capacidad adicional de transmisión —representada por el rectángulo—.

El ejemplo antes mostrado indica cómo deben evaluarse las decisiones de inversión en una línea de transmisión. También explica por qué no es necesariamente económico que la capacidad de transmisión sea tal que minimice las diferencias de precios entre áreas de consumo, pues esta tiene un costo que se debe incorporar en toda evaluación. A su vez se mostró cómo, si bien los criterios marginalistas sirven para remunerar las líneas, la existencia de economías de escala genera la necesidad de adicionar cargos complementarios para la recuperación de todos los costos de transmisión y la presencia de indivisibilidades genera la necesidad de introducir criterios

de evaluación de inversiones no solo basadas en principios marginalistas sino de recuperación de costos medios.

Gráfico 4.8. Inversión en transmisión en presencia de indivisibilidades



Fuente: Hunt 2002

4. REPARTO DEL FLUJO DE ENERGÍA ELÉCTRICA EN LAS LÍNEAS DE TRANSMISIÓN⁸

Influencia de los *loop flows*

Las líneas de transmisión en muchos casos convergen desde varios orígenes dando lugar a diversas opciones para el tránsito de la electricidad. Sucede que el flujo de potencia está en proporción inversa a la resistencia que se enfrenta entre cada posible ruta por la que puede fluir la electricidad. Esta condición da origen al fenómeno conocido como *loop flows*.

Para ilustrar este fenómeno, veamos el caso de dos nodos interconectados (ver gráfico 4.9.). Lo que se quiere hacer es llevar energía del nodo A al nodo B, pero existen dos líneas que interconectan ambos nodos. En la línea 1 (L1) se enfrenta una resistencia ($R1$) igual a α , mientras que en la línea 2 (L2) se enfrenta una resistencia ($R2$) igual a β . En este caso, en aplicación de la primera ley de Kirchhoff

⁸ Esta sección está basada en Ruff 2003.

(ver apéndice 4.1.) y dado que en la «malla» no existen cambios en la tensión, se cumplirá la siguiente igualdad:

$$\text{Flujo } L1 \times R1 = \text{Flujo } L2 \times R2 \quad (4.19.)$$

$$\text{Flujo } L1 \times \alpha = \text{Flujo } L2 \times \beta \quad (4.20.)$$

$$\text{Flujo } L1 = \frac{\text{Flujo } L2 \times \beta}{\alpha} \quad (4.21.)$$

Si además usamos la condición de que el flujo que pasa por ambas líneas tiene que sumar 1 MW —aplicación de la segunda ley de Kirchhoff—, dado que esta es la capacidad que queremos transmitir, se puede despejar la proporción del flujo de electricidad que pasará por cada línea. Por ejemplo, para la línea 1 tenemos:

$$\text{Flujo } L1 + \text{Flujo } L2 = 1 \quad (4.22.)$$

$$\text{Flujo } L2 = 1 - \text{Flujo } L1 \quad (4.23.)$$

Reemplazando 4.23. en 4.21. tenemos:

$$\text{Flujo } L1 = \frac{\text{Flujo } L2 \times \beta}{\alpha} = \frac{(1 - \text{Flujo } L1) \times \beta}{\alpha} \quad (4.24.)$$

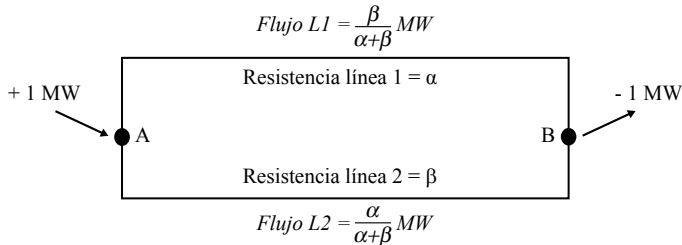
Despejando obtenemos el valor del flujo en L1:

$$\text{Flujo } L1 = \frac{\beta}{\alpha + \beta} \quad (4.25.)$$

Es decir, que el flujo que irá por la línea será directamente proporcional a la impedancia de la línea 2 —cuanto mayor sea esta, más energía irá por la línea 1— e inversamente proporcional a la impedancia total del sistema. Es posible replicar el mismo ejercicio para calcular la proporción del flujo que pasará por la línea 2, obteniéndose:

$$\text{Flujo } L2 = \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \quad (4.26.)$$

Gráfico 4.9. Reparto del flujo de potencia cuando hay dos nodos



Fuente: Romero 2003a y Hsu 1997

En el gráfico 4.10. se muestra un sistema eléctrico con tres nodos A , B , y C , con impedancias α en el tramo de A a C , β en el tramo de A a B y δ en el tramo de B a C . En el gráfico 4.11. se presentan las proporciones en que se repartiría una cantidad de energía X que se produce en A y se dirige a C , suponiéndose que en el nodo B no hay demanda y tomándolo por lo tanto como un nodo de paso.

Gráfico 4.10. Representación de un sistema de tres nodos

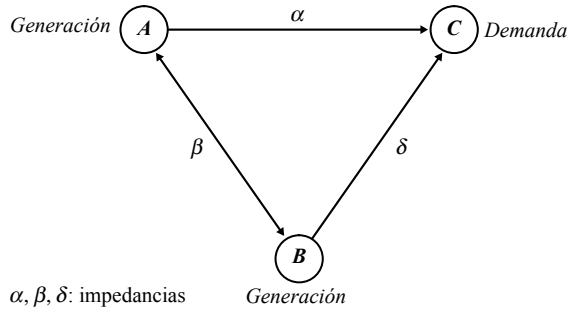
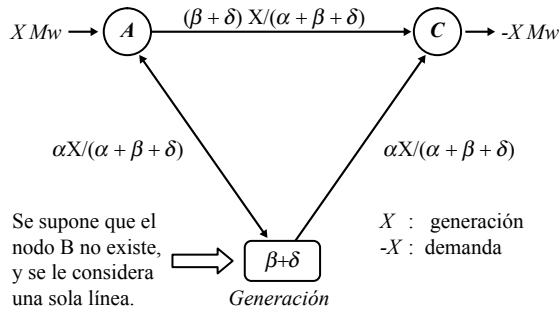


Gráfico 4.11. Reparto del flujo de potencia cuando hay tres nodos



Fuente: Romero 2003a y Hsu 1997

Ejemplo de influencia de los *loop flows* en el despacho óptimo

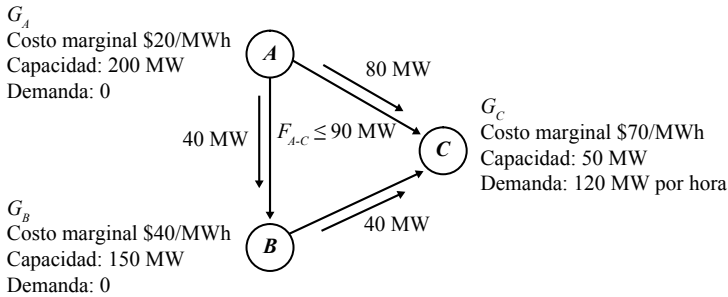
Veamos el ejemplo del gráfico 4.12. en que todos los segmentos de la línea tienen la misma impedancia (refiriéndonos a la sección anterior, ello implica que $\alpha = \beta = \delta$).⁹

⁹ La impedancia eléctrica mide la oposición de un circuito o de un componente eléctrico al paso de una corriente eléctrica alterna sinusoidal. El concepto de impedancia generaliza la ley de Ohm en el estudio de circuitos en corriente alterna (ac). La impedancia es la suma de la resistencia más la reactancia. La resistencia es el valor de oposición al paso de la corriente (sea directa o alterna) que tiene el resistor o resistencia. La reactancia es el valor de la oposición al paso de la corriente alterna que tienen los condensadores (capacitores) y las bobinas (inductores).

Lo que se busca es satisfacer la demanda en C , teniendo tres opciones de generación con sus costos marginales y capacidades máximas (nodos A , B y C).

A primera vista, la alternativa más económica es generar toda la energía en A y transmitir la electricidad a C . Sin embargo es necesario identificar cuánto será el flujo de energía en las líneas. Si se considera el circuito como un todo, para transmitir de A a C la impedancia puede considerarse como $1/3$, mientras que para transmitir de A a B y B a C la impedancia sería entonces como $2/3$. Por las leyes físicas explicadas en la sección anterior —«Influencia de los *loop flows*»—, ello implica que de lo que se genera en A , dos terceras partes del flujo se irían de A a C y una tercera parte del flujo iría de A a B y de B a C . Así, si se deben enviar 75 MW, 50 MW irían de A a C y 25 MW irían de A a B y de B a C como se muestra en el gráfico 4.12., completándose de esta manera las necesidades de 75 MW en el centro de consumo C . Sin considerar las pérdidas en la línea, que se estudiarán en los subcapítulos 5 y 6, el precio de la electricidad sería entonces de US\$ 30 por MWh en el centro de consumo C .

Gráfico 4.12. Ejemplo de la influencia de los *loop flows* en el despacho



¿Pero qué sucede si aumenta la demanda en C ? Supongamos que dicha demanda aumenta a 180 MW. Nótese que se incluye una limitación de capacidad de transmisión de 90 MW para la línea de A a C . Por ello, con un aumento de la demanda a 180 MW, no se podrá enviar 120 MW de A a C y 60 MW de A a B y de B a C como se habría hecho según la regla antes establecida.

Si denotamos como F_{AC}^A la energía producida en A y enviada a C directamente y como F_{AC}^B la energía producida en B y enviada por B a A y de A a C , tendremos que debe cumplirse la siguiente restricción:

$$F_{AC}^A + F_{AC}^B \leq 90 \quad (4.27.)$$

Por otro lado, la demanda total se debe satisfacer con la producción de las generadoras en A y B , es decir:

$$G_A + G_B = 180 \quad (4.28.)$$

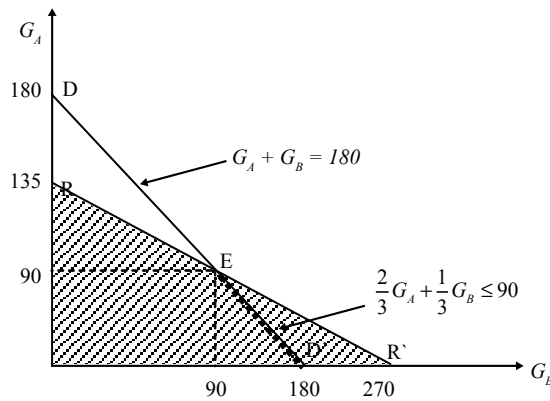
Hagamos uso ahora de las leyes físicas que indican que la energía transmitida por cada línea es inversamente proporcional a la impedancia. Dado que se asume la misma impedancia en todos los tramos de la red, esto quiere decir que la producción de A , o sea G_A , llega en dos terceras partes de A a C , y la producción de B , o sea G_B , llega en una tercera parte a través de B a A y de A a C . De esta manera la producción G_A en A y G_B en B llega a través de la línea AC , con un límite máximo de 90 MW de acuerdo a la siguiente desigualdad:

$$\frac{2}{3}G_A + \frac{1}{3}G_B \leq 90 \quad (4.29.)$$

Mientras que paralelamente debe cumplirse que la producción de A y B debe ser igual a la demanda, lo cual está representado por la ecuación 4.28. que señala que $G_A + G_B = 180$.

Las producciones óptimas son las que cumplen las ecuaciones 4.29. y 4.28., pero considerando adicionalmente que se debe minimizar el costo total de producción. Para ello grafiquemos primero ambas ecuaciones tal como se muestra en el gráfico 4.13.

Gráfico 4.13. Posibilidades de generación para cubrir la demanda y obtención del óptimo



Del gráfico 4.13. vemos que las combinaciones de producción G_A y G_B que satisfacen la ecuación de cobertura de la demanda están dadas por la recta DD' . Las combinaciones de producción que satisfacen las restricciones de transmisión a través de la línea AC —cumplen con la restricción de capacidad de 60 MW— están dadas por el área de la recta RR' hacia el origen (área sombreada). Podemos concluir que solo el tramo ED' , destacado en el gráfico con una línea punteada, cumple ambas ecuaciones. Ahora bien, se puede calcular el costo total de producción en el punto E .

Primero determinamos las cantidades a producirse en el punto E resolviendo el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}\frac{2}{3}G_A + \frac{1}{3}G_B &= 90 \\ G_A + G_B &= 180\end{aligned}$$

Lo que da: $G_A = 90$ y $G_B = 90$. Asimismo, el costo total (CT) viene a ser:

$$CT = \text{US\$}20/\text{MWh} \times 90\text{MW por hora} + \text{US\$}40/\text{MWh} \times 90\text{MW por hora} = \text{US\$}5.400$$

En cambio, el costo total en el punto D' , donde la producción es $G_A = 0$ y $G_B = 180$, es:

$$CT = \text{US\$}40 / \text{MWh} \times 180\text{MW por hora} = \text{US\$}7.200$$

Ello indica que el punto óptimo de producción y despacho es:

$G_A = 90$ MW con 60 MW transmitidos de A a C y 30 MW de A a B a C .

$G_B = 90$ MW con 30 MW transmitidos de B a A a C y 60 MW de B a C .

Por otra parte, el precio marginal local (*locational marginal price*, LMP)¹⁰ o costo marginal de abastecimiento en C es de US\$ 60 por MWh. Ello debido a que para producir una unidad de energía adicional en este nodo lo óptimo será reducir la producción de A en una unidad e incrementar la producción en B en dos unidades, por lo que el costo marginal será:

$$LMP_C = 2 \times 40\text{US\$} / \text{MWh} - 20\text{US\$} / \text{MWh} = 60\text{US\$} / \text{MWh}$$

Este costo marginal para el sistema es todavía menor que producir la energía con las centrales ubicadas en el nodo C cuyo costo es 70 US\$ por MWh, por lo que se confirma que en el problema de optimización graficado no era necesario incluir a las centrales del nodo C . Se puede demostrar que, en el caso de que apareciese demanda de los nodos A y B , esta debería ser abastecida por las centrales de cada localidad, debido a la restricción de transmisión y el nuevo nivel de demanda en C .

¹⁰ En los sistemas eléctricos desregulados, cuando los precios son declarados por los generadores, los costos marginales de cada nodo vienen a constituir los precios marginales locales (*locational marginal prices*, LMP). Los LMP son el menor costo de atender un MW adicional de carga en un nodo específico dados los costos de las centrales disponibles y considerando las restricciones de transmisión. Los LMP incluyen el costo de generación, el valor de la congestión y el valor de las pérdidas de energía. Estos precios dan las señales adecuadas tanto para la ubicación de las centrales (en los puntos donde son más altos) como para saber en qué tramos debe evaluarse la necesidad de invertir en capacidad de transmisión.

¿Y qué sucede si aumenta el costo en B? Veamos qué sucede con el despacho óptimo encontrado en el caso anterior si se incrementa el costo en B a US\$ 50 por MWh. En este caso ya no es óptimo mantener los niveles de producción en A de 90 MW y en B de 90 MW. Ello se puede ver analizando los costos marginales en cada nodo del sistema. En particular, si se quiere abastecer una unidad adicional de demanda en el nodo C, el costo incremental de abastecer C usando solo estos dos tipos de centrales sería:

Costo marginal de abastecer C con A y B = $2 \times 50 \text{US\$}/\text{MWh} - 20 \text{US\$}/\text{MWh} = 80 \text{US\$}/\text{MWh}$

Este costo es mayor que utilizar las unidades del nodo C que tienen un costo marginal de US\$ 70 por MWh, lo cual indica que las centrales de esta localidad deberían haber empezado a producir. Se puede comprobar que el nuevo despacho óptimo será $G_A^* = 135$, $G_B^* = 0$ y $G_C^* = 45$. Los costos marginales en cada nodo serán los LMP: $\text{LMP}_A = 20 \text{US\$}/\text{MWh}$, $\text{LMP}_B = 45 \text{US\$}/\text{MWh}$ y $\text{LMP}_C = 70 \text{US\$}/\text{MWh}$.

Se puede comprobar que en este caso el costo total de abastecimiento ascenderá a US\$ 5.850, el cual puede reducirse si se incrementa la capacidad de transmisión entre A y C. Se puede demostrar que si esta capacidad se incrementa a 120 MW, la producción óptima será de $G_A^* = 180$, $G_B^* = 0$ y $G_C^* = 0$, y el costo total será de US\$ 3.600, es decir, US\$ 2.250 menos. Si la capacidad de transporte adicional (30 MW) tuviera un costo menor que este ahorro, sería eficiente que se incrementara la capacidad de transporte de la línea. Este tipo de criterios es el que se aplica en las metodologías usadas para remunerar la capacidad de transmisión, tal como se explica en las siguientes secciones.¹¹

Los cálculos realizados anteriormente se pueden generalizar para el ejemplo anterior mediante el planteamiento del siguiente problema de optimización —válido solamente cuando los costos marginales son constantes y por lo tanto cuando el costo total es igual a la suma de los costos marginales multiplicados por las cantidades producidas en cada localidad—:

$$\underset{G_{AA}, G_{AB}, G_{AC}, G_{BA}, G_{BB}, G_{BC}, G_{CA}, G_{CB}, G_{CC}}{\text{Minimizar}} \quad CT = G_A^C C_A + G_B^C C_B + G_C^C C_C$$

¹¹ Sin embargo, este tema es complejo, pues existen casos de ampliaciones de la capacidad de transmisión que pueden ser eficientes *ex ante*, para un determinado nivel de demanda, pero que si esta se incrementa puede terminar generando mayores costos para el sistema, debido a que su existencia hará que los flujos de energía en cada tramo sigan las leyes físicas discutidas en esta sección (un ejemplo de estas inversiones, denominadas «detrimentales», se presenta en el apéndice 4.2.).

sujeto a :

$$G_{AA} + G_{BA} + G_{CA} = D_A \quad (I)$$

$$G_{AB} + G_{BB} + G_{CB} = D_B$$

$$G_{AC} + G_{BC} + G_{CC} = D_C$$

$$\frac{\beta + \delta}{(\alpha + \beta + \delta)} G_{AC} + \frac{\delta}{(\alpha + \beta + \delta)} G_{BC} = F_{AC} \leq \bar{T}_{AC} \quad (II)$$

$$(G_{AA} + G_{AB} + G_{AC}) \leq \bar{G}_A, \quad (G_{BA} + G_{BB} + G_{BC}) \leq \bar{G}_B, \quad (G_{CA} + G_{CB} + G_{CC}) \leq \bar{G}_C \quad (III)$$

$$G_{AA}, G_{AB}, G_{AC} \geq 0, G_{BA}, G_{BB}, G_{BC} \geq 0, G_{CA}, G_{CB}, G_{CC} \geq 0 \quad (IV) \quad (4.30.)$$

Donde G_{ij} es la energía generada en el nodo i para el nodo j , sin importar el trayecto que esta siga. Por lo que G_A , G_B y G_C se definen como:

$$G_A = G_{AA} + G_{AB} + G_{AC}$$

$$G_B = G_{BA} + G_{BB} + G_{BC}$$

$$G_C = G_{CA} + G_{CB} + G_{CC}$$

En este problema, se busca minimizar el costo total (CT), sujeto a: (I) las restricciones de satisfacer la demanda en cada nodo con la autoproducción y las importaciones, (II) respetar el flujo máximo por la línea AC en las proporciones físicas dadas por las impedancias en cada tramo de la red,¹² (III) que estas no superen sus niveles máximos de capacidad instalada y, (IV) que las producciones de cada central sean positivas. Es importante destacar que plantear el problema en términos más formales facilita el análisis del impacto de diferentes cambios en variables como la capacidad de las líneas, la capacidad de las centrales, los costos marginales, las impedancias, entre otras, sobre los costos totales, los niveles de producción y los precios marginales locales.

En particular, este problema se puede plantear con un lagrangiano pues se trata de un caso de optimización con restricciones, de igualdad y de desigualdad. Los multiplicadores de Lagrange de la primera restricción darán el precio marginal local o costo marginal del sistema ante un incremento marginal de la demanda en cada nodo. De otro lado, los multiplicadores de la segunda restricción darán la reducción marginal en los costos totales ante un incremento en la capacidad de transmisión de la línea AC . Por último, aquellos derivados de la tercera restricción nos dan la

¹² En la optimización de los sistemas eléctricos de potencia, la expresión general de esta restricción da origen a la matriz de «admitancia». Una presentación actualizada de la aplicación de la teoría de los precios *spot* se puede encontrar en Bushnell y Stoft 1996, mientras que la referencia clásica es Schweppe *et al.* 1988.

reducción de los costos totales ante un incremento de la capacidad de generación en cada nodo.¹³

Si reemplazamos los valores de los diferentes parámetros y variables del ejemplo que estamos examinando, en el caso de que la demanda en C sea igual a 180 MW y el costo marginal en B sea igual a US\$ 50 por MWh, la expresión formal de este ejercicio sería la siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & CT = G_A \times 20 + G_B \times 50 + G_C \times 70 \\ & G_{AC}, G_{BC}, G_{CC} \end{aligned}$$

sujeto a :

$$G_{AC} + G_{BC} + G_{CC} = 180 \quad (I)$$

$$\frac{2}{3}G_{AC} + \frac{1}{3}G_{BC} \leq 90 \quad (II)$$

$$G_{AC} \leq 200, G_{BC} \leq 150, G_{CC} \leq 50 \quad (III)$$

$$G_{AC} \geq 0, G_{BC} \geq 0, G_{CC} \geq 0 \quad (IV) \quad (4.31.)$$

Por último, debe notarse que en el ejemplo solo se impuso una restricción de capacidad máxima de transmisión a la línea AC , pudiendo existir restricciones en las otras líneas. En particular, es de especial interés la existencia de una restricción de capacidad máxima de transmisión en la línea AB , pues en este caso se debe aplicar el denominado *principio de superposición*, que indica que la restricción de capacidad de transmisión debe aplicarse sobre el flujo neto de energía que pasa por la línea. En este, debe aplicarse sobre el valor absoluto de la energía que viene desde A hacia C menos la que viene desde B hacia C . Un ejemplo de este caso considerando costos marginales crecientes se muestra en el apéndice 4.4.

5. TARIFAS DE TRANSMISIÓN SIN CONGESTIÓN

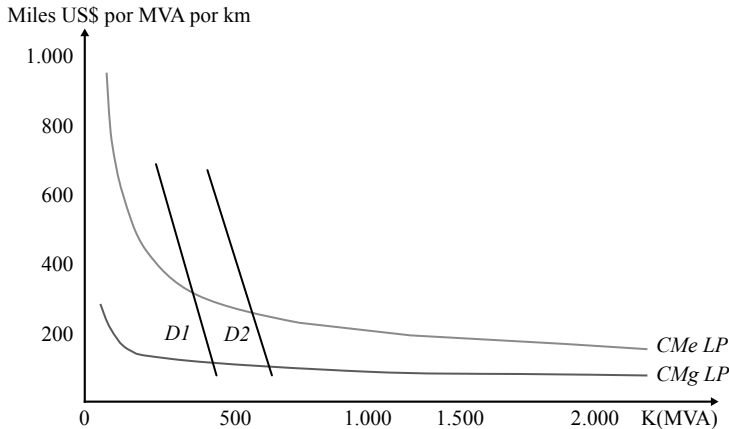
La transmisión de electricidad es una actividad en la cual los costos fijos —asociados a la inversión y mantenimiento de las redes— constituyen la mayor parte del costo total. Ello hace que, como se puede ver en el gráfico 4.14., donde se muestra la evolución de los costos en miles US\$ por Mega Vatio Amperio (MVA) por km conforme se incrementa la capacidad de transmisión (medida en MVA),¹⁴ dicha actividad esté

¹³ Un análisis más formal en términos de los precios marginales locales y su relación con las restricciones de transmisión del sistema, costos marginales de los generadores en los diferentes nodos e incluyendo la existencia de pérdidas de energía se puede ver en Green 1998 y Hsu 1997. Un resumen de estos resultados se presenta en el apéndice 4.3.

¹⁴ Rudnick 1999 muestra que la función de costos totales de la transmisión se podría aproximar por la forma: costo total = $L^{0,8} K^{0,42} e^{3,28+0,40N}$. Donde: L : longitud de la línea de transmisión,

sujeta a economías de escala *ex ante* bastante pronunciadas, observándose un costo medio decreciente conforme se incrementa la capacidad de transmisión a instalarse, siendo este siempre menor al costo marginal.

Gráfico 4.14. El costo de la transmisión



Fuente: Rudnick 1999

Por otra parte, hay que tener en cuenta quiénes se benefician de la mayor capacidad de transmisión entre nodos. En términos generales, se benefician por un lado los usuarios ya que pueden recibir la electricidad generada en una localidad alejada, aunque en muchos casos pueden contar con generación de electricidad más cercana, pero más costosa. También los generadores se benefician con la línea de transmisión pues tienen un medio para llegar a consumidores que no se encuentran en su proximidad.

Combinando los dos temas antes expuestos, el de los altos costos fijos y el de la diversidad de usuarios que se benefician de la transmisión en proporciones diversas, se pueden plantear los dos grandes problemas de la fijación de tarifas de transmisión: ¿cómo se deben calcular estas tarifas?, ¿y quiénes deben pagar por la transmisión, y en qué proporción? Ambos temas serán tratados en las siguientes páginas. Este subcapítulo y el sexto responden a la primera pregunta, mientras que el subcapítulo 7 responde a la segunda pregunta.

K : capacidad de transmisión y N : número de circuitos. Se puede demostrar que con esta función de costos que depende de la capacidad de transmisión el costo marginal es igual a 0,42 veces el costo medio para todo nivel de demanda.

Rol de los costos variables (pérdidas y congestión) en la optimización del despacho

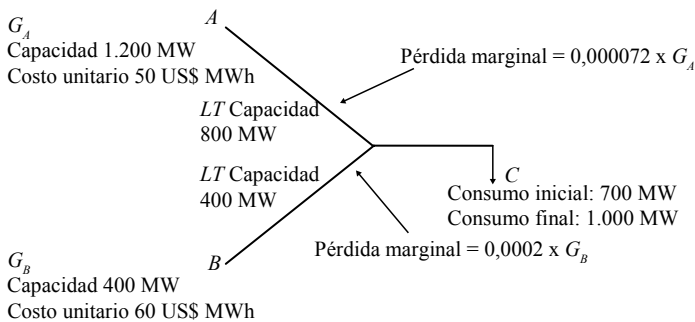
Los costos de transmisión se pueden dividir en dos grandes categorías según la duración del gasto: los costos fijos y los costos variables. Si bien los costos fijos o de inversión son claves para determinar la dimensión y trazado de las líneas, en el corto plazo se consideran como un dato al que se le suman los costos variables.

Comencemos analizando los costos variables. La transmisión de electricidad ocasiona dos tipos principales de costos variables. El primero es la porción de electricidad que se pierde durante la transmisión (véase el subcapítulo 1). Ello se debe a que el consumo de 1 MWh de electricidad requiere $(1+L)$ MWh de generación, donde L MWh va a representar un costo por el cual hay que compensar a los generadores. El segundo costo es el costo de congestión, el cual, para dar una señal adecuada, debe ser incluido en el precio.

En muchos sistemas tarifarios se incluye en los precios el valor de las pérdidas de energía y los costos ocasionados por la congestión pues ellos, conjuntamente con los costos de generación en cada nodo, permiten el logro de un parque generador que minimice los costos totales de generación y transmisión en cada punto del sistema. Por ello, la señal que da la suma de los dos componentes de costos variables de la transmisión es necesaria para determinar el despacho económico que maximice el bienestar de los agentes atendidos por el sistema.

Para ilustrar este punto, veamos el ejemplo mostrado en el gráfico 4.15. En este caso, el precio de la transmisión en el centro de consumo (C) para una demanda de 700 MW debe ser suficiente para pagar las pérdidas de transmitir la electricidad de A a C . Es decir, el generador en A recibe su costo marginal de generación de US\$ 50 por MWh más el costo marginal de la transmisión que refleja el valor marginal de las pérdidas. La pérdida marginal será igual a $700 \times 0,000072$, lo que da 0,0504 MW, siendo su valor $50 \times 0,0504$ lo que es igual a US\$ 2,52 por MWh. Por lo tanto, el costo marginal del sistema para proveer un incremento en la demanda en C es de US\$ 52,52 por MWh.

Gráfico 4.15. Ejemplo: incorporación de las pérdidas en los precios



Supongamos que el consumo en C sube a 1.000 MW, lo que hace necesario que ingrese a operar el generador en B , el cual producirá la diferencia entre la demanda y lo producido por A teniendo en cuenta la restricción de capacidad de transmisión y las pérdidas. Se puede demostrar que la solución a este problema de optimización, que incorpora las restricciones de transmisión y la existencia de pérdidas, será que en A se produzcan 800 MW de los cuales restando las pérdidas producidas en el trayecto llegarán a C en neto 778 MW. La diferencia necesaria para cubrir los 222 MW faltantes en el nodo de demanda se tendrá que enviar desde B , lo cual implica que para cubrir las pérdidas en B se produzcan 226,72 MW. En este caso el costo marginal de la transmisión se calcula como sigue:

Cuadro 4.3. Cálculo del costo marginal de transmisión incluyendo pérdidas y congestión

Componente	Fórmula de cálculo	Valor
Valor de las pérdidas marginales	$\underbrace{0,044 \text{ MW}}_{\text{Pérdida marginal}} \times \underbrace{60 \text{ US\$ / MWh}}_{\text{Costo } G_B}$ ($0,0002 \times 222 \text{ MW}$)	2,64 US\$/MWh
Valor de la congestión	$\underbrace{60 \text{ US\$ / MWh}}_{\text{Costo } G_B} - \underbrace{50 \text{ US\$ / MWh}}_{\text{Costo } G_A}$	10 US\$/MWh
Costo marginal de la transmisión	12,64 US\$/MWh	

Es decir, el consumidor en C pagará como precio óptimo US\$ 62,64 por MWh, que viene a ser la suma del costo marginal sin congestión (US\$ 50 por MWh) más el costo marginal de la transmisión (US\$ 12,64 por MWh).

Ahora bien, para que los generadores en A y B no pierdan dinero, es necesario que cubran todos sus costos. Ello quiere decir que lo que se recaba por transmisión debe cubrir el valor de las pérdidas de energía de los generadores. Sin embargo, es necesario tener en cuenta que las pérdidas marginales son superiores a las pérdidas promedio, por lo que si se paga a los generadores el valor de las pérdidas marginales totales se les estará entregando una cantidad mayor al valor de las pérdidas realmente incurridas (el valor de las pérdidas totales medias). Ello se puede apreciar en la ecuación 4.6., en la cual se puede deducir que las pérdidas de un flujo de corriente son proporcionales a la potencia al cuadrado, o sea:

$$\text{Pérdida de energía} = a.W^2 \quad (4.32.)$$

Donde a es una constante y W es la potencia. La pérdida media por unidad de potencia se obtiene dividiendo 4.32. entre W , o sea:

$$\text{Pérdida media} = \frac{a.W^2}{W} = aW \quad (4.33.)$$

En cambio, la pérdida marginal se obtiene derivando 4.32. respecto a W , o sea:

$$P\text{érdida marginal} = \frac{\partial a.W^2}{\partial W} = 2aW \quad (4.34.)$$

Comparando la ecuación 4.33. con la 4.34. se puede advertir que las pérdidas medias de la transmisión son la mitad de las pérdidas marginales.

Tomemos como ejemplo el caso mostrado en el gráfico 4.15., donde para abastecer una demanda de 700 MW habría que pagarle al generador en A por producir 700 MW $\times (1 + 0,0252)$ o sea $700 \times 1,0252$ para que cubra sus costos totales incluyendo las pérdidas de energía. Alternativamente se le pagaría 50 US\$/MWh $\times 1,0252 = 51,26$ US\$/MWh por los 700 MW consumidos. Por otra parte, dado que el precio de la electricidad en el lugar de consumo debe registrar el costo marginal para que valga la pena producir la última unidad y se den las señales óptimas de los costos de abastecer los incrementos de la demanda en cada nodo, el precio en el lugar de consumo será de 50 US\$/MWh $\times (1 + 0,0504)$, o sea $50 \times 1,0504 = 52,52$ US\$/MWh.

Se puede apreciar que si solo se le paga al generador US\$ 51,26 por MWh para compensar sus pérdidas, sobrarán $52,52 - 51,26 = 1,26$ US\$/MWh. Este sobrante se denomina *ingreso tarifario* (IT) por valoración de las pérdidas y se utiliza para amortizar parte del costo total del transmisor.

En la práctica, el ingreso tarifario se calcula como la diferencia del valor de la energía en los nodos de retiro menos el valor de la energía en los nodos de inyección:

$$IT = E_{Destino} \times P_{Destino} - E_{Origen} \times P_{Origen} \quad (4.35.)$$

Podemos ver en nuestro ejemplo que:

$$IT = 700 \times P_{Destino} - 700 \times \underbrace{(1 + 0,0252)}_{P\text{érdida media}} \times P_{Origen}$$

$$IT = 700 \times P_{Destino} - 717,64 \times P_{Origen}^{15}$$

$$\text{Como } P_{Destino} = 1.0504 \times P_{Origen}$$

$$IT = 700 \times 1.0504 \times P_{Origen} - 700(1.0252) \times P_{Origen}$$

Es decir, que la empresa de transmisión recibe la mitad del valor de la pérdida marginal en este ejemplo. En la práctica lo que sucede es que el operador del sistema u otra entidad encargada instruye al generador a que pague al transmisor la cantidad especificada en 4.35.

¹⁵ La energía necesaria en el nodo de origen tiene la forma $w+aw^2 = 700 + 0,000036 \times 700^2 = 717,64$.

De este ejercicio podemos apreciar que si se compensa al generador con el 50% de lo recabado por el valor de las pérdidas marginales se cubrirán sus costos por pérdidas; lo que queda, es decir, la mitad del ingreso por pérdidas marginales, se entrega a las empresas de transmisión y forma parte del denominado *ingreso tarifario* (IT).

En algunos países lo recabado como costo de congestión, asociado a la diferencia de precios entre nodos debido a la existencia de capacidades máximas de transmisión, también se entrega a las empresas de transmisión como parte del ingreso tarifario.

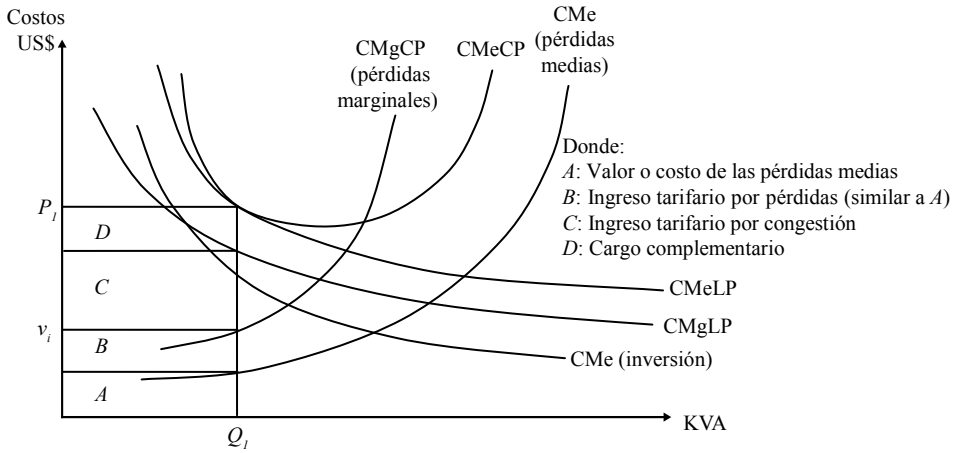
Determinación de las tarifas y del peaje de transmisión

Si se analizan los costos de inversión —anualizados— y de operación y mantenimiento de una empresa de transmisión, estos serán normalmente mucho mayores que el ingreso tarifario —que corresponde a una remuneración basada en criterios marginalistas—.

Si bien el primer mejor (*first best*) resultaría de fijar ingresos totales para la empresa de transmisión de modo que el precio fuera igual al costo marginal —dado que la transmisión es un monopolio natural con costos medios decrecientes (ver gráfico 4.16.)—, se tendría que pagar un subsidio a la empresa de transmisión para que cubriera todos sus costos. Como esta opción es complicada, y es particularmente más difícil en países subdesarrollados donde existen problemas institucionales que limitan la recaudación y el uso eficiente de los recursos, normalmente se aplica la teoría del segundo mejor (*second best*), es decir, que se determina un precio para la transmisión que cubra el costo promedio.

Como se observa en el gráfico 4.16., para una demanda de energía de Q_1 , si se cobrara el costo medio de largo plazo —que incluye el costo medio de las pérdidas—, el precio sería P_1 . Se puede ver que el valor de las pérdidas marginales sería v_1 . Sin embargo, se sabe que el valor real de las pérdidas que deben reconocerse corresponde al valor de las pérdidas medias, por lo que al reconocer las pérdidas marginales los generadores están obteniendo un excedente cuyo valor equivale al área B , conocido como *ingreso tarifario por pérdidas*, que deben devolver a la transmisora a fin de amortizar parte de sus costos. Como se deben recuperar los costos medios de largo plazo, el marco regulatorio establece que la diferencia no cubierta con el ingreso tarifario por pérdidas (B) más el ingreso tarifario por congestión (C) sea cubierta con el cargo complementario o peaje, cuyo valor en un sistema optimizado será igual a D . Esta diferencia surge debido a que el costo medio de largo plazo es mayor al costo marginal, lo que hace que el ingreso tarifario total no cubra todos los costos del sistema de transmisión.

Gráfico 4.16. Costos y valor de las pérdidas en la transmisión



Basado en Charún y Morandé 1996

Por lo expuesto, los precios que debe cobrar la transmisión para cubrir todos sus costos deberán cumplir la siguiente igualdad:

$$IT + \text{Peaje} = \text{Costo de inversión anualizado} + \text{Costo de operación y mantenimiento} \quad (4.36.)$$

Como se indicó anteriormente, el IT o ingreso tarifario se calcula como la mitad del valor de las pérdidas marginales más el valor de la congestión (ver el subcapítulo 6). Los costos de la transmisión se calculan normalmente con un criterio de eficiencia. Teniendo los valores mencionados se puede calcular el peaje por diferencia sobre la base de la ecuación 4.36.

Vale la pena mencionar que, en el caso de la regulación de la transmisión por incentivos, una parte significativa del tiempo requerido para la fijación de las tarifas de transmisión corresponde a la estimación de los costos eficientes de inversión, operación y mantenimiento indicados en la ecuación 4.36. Para ello, normalmente se utilizan estándares comúnmente aceptados como los modelos de redes eficientes que excluyen inversiones no requeridas, pues de lo contrario existiría una tendencia a sobreinvertir, sobre todo si la tasa de descuento utilizada en los cálculos es superior a la que las empresas realmente requieren para financiar sus inversiones (efecto Averch-Johnson).

Concluamos esta sección con un caso que ilustra cómo se determina la tarifa de transmisión utilizando el ejemplo del gráfico 4.15. y la ecuación 4.36. Supongamos que el costo de la línea de transmisión que va de A a C es:

Cuadro 4.4. Ejemplo de costos de transmisión

Capacidad de la línea (MW)	240
Costo de inversión (miles US\$)	179.000
Anualidad de la inversión (miles US\$)	22.222
Costo de operación y mantenimiento anual (miles US\$)	5.370
Costo total anual (miles US\$)	27.592
Energía transportada en el año (MWh)	2.102.400
Costo unitario total (US\$ por MWh)	13.12

Del cuadro 4.4. obtenemos el costo unitario total, el cual es de US\$ 13,12 por MWh. Como ya hemos calculado el ingreso tarifario unitario en US\$ 1,26 por MWh, entonces de la ecuación 4.36. calculamos el peaje unitario como:

$$\text{Peaje unitario} = 13,12 - 1,26 \text{ US\$/MWh} = 11,86 \text{ US\$/MWh} \quad (4.37.)$$

Por último, debe comentarse que el cobro del peaje en realidad se suele realizar por potencia o máxima demanda y no por energía, aunque la recaudación en ambos casos sea equivalente. Ello debido a que el transmisor pone a disposición de los agentes del sistema su capacidad de transmisión en cualquier momento del día; en este sentido, el servicio que brinda es la capacidad de transmitir energía. Por ello, consistente con el modelo de *Peak Load Pricing*, el cobro debe realizarse en función de un indicador de la capacidad de transmisión utilizada por los agentes en el momento de máxima demanda.

Por ejemplo, en un sistema con una máxima demanda de 3.000 MW, si se considera que el costo anual de la transmisión es de US\$ 100 millones, se tendría que cobrar US\$ 33,3 por KW-año. Si se considera un factor de carga de 80%, la energía consumida en el año sería de 21.024 GWh ($3.000 \times 0,8 \times 8.760$), por lo que el cobro equivalente en energía sería de US\$ 4,46 por MWh.

6. TARIFAS DE TRANSMISIÓN CUANDO HAY CONGESTIÓN Y PÉRDIDAS

En presencia de congestión, el costo marginal se calcula igualmente como el costo de abastecer una unidad adicional en cada nodo del sistema. Sin embargo, el ingreso tarifario sería mucho mayor que cuando no hay congestión. Retomemos el ejemplo que se presenta en el gráfico 4.15. Supongamos en este caso que el consumo se eleva a 1.000 MW. Se puede apreciar de dicho gráfico que se necesitará la producción del generador en *B* dado que la capacidad de la línea de transmisión *AC* no es suficiente, es decir, que está congestionada. En este caso, para calcular el costo marginal en *C*

debemos primero tener en cuenta que la línea AC transmitirá 800 MW, con lo cual llegarán 778,2 MW,¹⁶ donde 0,0252 MW corresponde a las pérdidas medias. Puesto en otros términos, se requieren $1.000 \text{ MW} - 778 \text{ MW} = 221,8 \text{ MW}$ de B a C . El precio en C debe corresponder entonces al costo marginal de proveer una unidad adicional de B a C . Es decir, si la pérdida marginal es de 0,044 MW, el costo marginal será de $60 \text{ US\$/MWh} \times (1,044 - 1) = 2,64 \text{ US\$/MWh}$. Por ello el precio en C será de US\$ 62,64 por MWh.

Para calcular el ingreso tarifario utilizamos la ecuación 4.35.:

$$IT = E_{Destino} \times P_{Destino} - E_{Origen_A} \times P_{Origen_A} - E_{Origen_B} \times P_{Origen_B} \quad (4.38.)$$

Reemplazando los valores mencionados y teniendo en cuenta la generación adicional para cubrir las pérdidas medias en cada nodo, tenemos:

$$IT = 1.000 \text{ MW} \times 62,64 \text{ US\$/MWh} - 800 \text{ MW} \times 50 \text{ US\$/MWh} - 221,8 \text{ MW} \times (1 + 0,022) \times 60 \text{ US\$/MWh}$$

$$IT = 62.640 - 40.000 - 13.613 = 9.027 \text{ US\$/MWh}$$

El peaje se determina de la misma forma que en el subcapítulo 5, obteniendo el costo total promedio de las líneas de transmisión y restando lo recaudado vía el ingreso tarifario.

7. METODOLOGÍAS DE ASIGNACIÓN DEL PEAJE O CARGO COMPLEMENTARIO

En las secciones anteriores, se han establecido los criterios y la metodología general para el cálculo de las tarifas de transmisión, y el mecanismo de pago mediante el ingreso tarifario (IT). Como se comentó, este pago no es suficiente para cubrir los costos totales del transmisor, lo que da origen al cargo complementario o peaje. Por ello, lo que falta aún por determinar es quién paga el peaje o cargo complementario. Existen cuatro metodologías (con variantes) para distribuir dicho peaje:

- Esquema de precios Ramsey.
- Medida tipo *postage stamp* o estampilla.
- Esquema basado en el beneficio de los usuarios.
- Esquema basado en el uso del sistema.

A continuación pasaremos a analizar cada una de ellas.

¹⁶ Este monto sale de resolver la siguiente ecuación: $800 = w + 0,000036w^2$, donde w representa el flujo neto de energía que llega al nodo de destino teniendo en cuenta que lo máximo que se puede transmitir es 800 MW.

Esquema de precios ramsey

Este esquema está basado en tratar de mantener en lo posible las señales generadas por el pago de las líneas usando el ingreso tarifario pues, como se ha descrito anteriormente, este se basa en el uso de criterios marginalistas. A fin de permanecer lo más cerca posible de una solución de primer mejor (*first best*), se calcula el cargo complementario incrementando en mayor medida los costos marginales de los nodos de destino que tengan una menor elasticidad-precio de la demanda, es decir, aquellos que reducen menos el consumo cuando se aumenta la tarifa de transmisión, y por lo tanto las pérdidas de excedente del consumidor son menores.

Si bien esta alternativa resultaría en una solución de segundo mejor (*second best*) lo más cercana al primer mejor (*first best*), los problemas de este método son los de determinar las elasticidades de la demanda de cada nodo de destino y sobre todo el efecto discriminatorio de elevar más las tarifas en los puntos de menor sensibilidad al precio —menor elasticidad—.

Método estampilla o *postage stamp*

Bajo este método el cargo complementario se distribuye en función de una medida estandarizada del uso que hacen los agentes de la capacidad del sistema, pudiendo utilizarse tanto una medida de potencia como de energía. Luego, según el modelo, se puede cargar a los consumidores, o una parte se puede cargar también a los generadores que estén conectados a la línea de transmisión troncal. Los usuarios pagan lo que les corresponde en función de una medida de su consumo.

Por ejemplo, en el caso peruano se calcula un peaje unitario utilizando la siguiente fórmula:

$$\text{Peaje unitario (US\$ por MW - año)} = \frac{\text{Costo total anual - Ingreso tarifario}}{\text{Máxima demanda del sistema}} \quad (4.39.)$$

Este método ha sido ampliamente utilizado en Estados Unidos no solo para repartir el cargo complementario sino el costo total de las instalaciones de transmisión. Así, se define el precio a pagar por cada transacción o *wheeling* en un período (PG) como una proporción, definida como la ratio entre la potencia requerida en la transacción (PT) y la potencia requerida por todo el sistema en las horas punta (PS), multiplicada por el costo total de la transmisión (CT):

$$PG = CT \times \frac{PT}{PS} \quad (4.40.)$$

Sin embargo, el reparto del costo total de la transmisión con este mecanismo tiene el problema de no generar las señales de localización adecuadas a los agentes, pudiendo tener mayor justificación en sistemas con configuraciones donde los costos de transmisión no sean muy diferentes entre zonas.

Método basado en el beneficio (generadores y usuarios)

Bajo este método, propuesto por Pérez Arriaga *et al.* (1995), se reparte el cargo complementario sobre la base de los beneficios que cada instalación de la red proporciona a sus usuarios. Se entiende por beneficios la mejora que experimenta cada agente por la existencia de la red de transmisión. Para cada generador el beneficio neto es:

$$\text{Beneficio neto generadores} = \text{Ingreso con instalación} - \text{Ingreso sin instalación} \quad (4.41.)$$

Para los consumidores, el beneficio se asocia a la diferencia de costos que tienen que pagar con y sin la línea:

$$\text{Beneficio neto consumidores} = \text{Costo sin instalación} - \text{Costo con instalación} \quad (4.42.)$$

Luego de calculados los beneficios de acuerdo a 4.41. y 4.42., se reparte el cargo complementario proporcionalmente a esos beneficios. Así tenemos que la participación del usuario k en el pago de la línea i sería:

$$Par_{ki} = \frac{B_{ki}}{\sum_k B_{ki}}; B_{ki} > 0 \quad (4.43.)$$

La principal dificultad de aplicar este método es que requiere simulaciones largas y complicadas para calcular los beneficios de cada usuario de la línea. Sin embargo, teóricamente es el de mayor mérito pues asigna los costos de la transmisión proporcionalmente a los beneficios de los agentes generando las señales económicas más adecuadas entre todos los métodos.

Método basado en el uso del sistema

Según este método, el cargo complementario se reparte en proporción a una estimación del uso que hace cada participante del sistema eléctrico. Para ello se calcula la influencia (uso) sobre la red de un incremento de consumo o producción de cada usuario.

Dado que no es posible efectuar mediciones que permitan obtener la participación de cada usuario en el uso de la red, se han desarrollado diversos métodos de estimación, incluyendo los propuestos por Bialek (1997) y Kirschen *et al.* (1997), basados en el «principio de proporcionalidad» entre las inyecciones y retiros de energía en cada

nodo de la red y, de otro lado, el método basado en los factores de distribución. Una explicación detallada de estos métodos, incluyendo casos prácticos, se puede ver en Rubio Odériz (1999), Danitz (2001) y Fahrenkrog (2004). Un ejemplo de aplicación de la asignación del cargo complementario por el método de Bialek se muestra en el apéndice 4.5.¹⁷

Esquemas de asignación del cargo complementario en países latinoamericanos

El cuadro 4.5. resume los diferentes esquemas de regulación de la transmisión, incluyendo los aspectos relacionados con el acceso a las redes, la asignación de los costos de transmisión y criterios de reparto de los cargos complementarios, así como otros aspectos regulatorios a nivel latinoamericano, descritos en el subcapítulo 7. Por otra parte, en el cuadro 4.6. se presenta la asignación de los cargos complementarios para las líneas troncales entre la demanda y la generación vigente al año 2003 en algunos países latinoamericanos y en otros con experiencias relevantes.

Cuadro 4.5. Métodos usados para asignar costos de transmisión en Latinoamérica

País	Argentina	Bolivia	Chile	Colombia	Perú
Precios: generación-transmisión	Precio de nodo basado en ofertas	Precio de nodo basado en costos	Precio de nodo basado en costos	Precio de mercado basado en ofertas	Precio de nodo basado en costos y ofertas con topes para los generadores a gas natural
Regulación al acceso abierto	Totalmente regulado	Totalmente regulado	Regulada la negociación entre las partes	Totalmente regulado	Totalmente regulado
Sistema que se paga	Determinado por el regulador	Sistema econ. adaptado determinado por el regulador	Negociado entre las partes	Sistema económico mínimo determinado por el regulador	Sistema econ. adaptado determinado por el regulador

¹⁷ Existen otras metodologías planteadas recientemente, como las que se basan en los criterios axiomáticos de los juegos cooperativos (Contreras 1997). En particular, estas usan mecanismos que buscan el reparto eficiente de costos comunes, como el criterio del valor de Shapley. Este valor es un concepto de solución para juegos cooperativos que selecciona una única imputación —conjunto de pagos— que puede ser considerada como justa por los jugadores en el sentido de establecer un reparto de referencia que se construye asignando a cada jugador un pago «medio». Este pago representa la contribución media de cada jugador al valor de las posibles coaliciones, medidas a través de las llamadas *funciones características*.

País	Argentina	Bolivia	Chile	Colombia	Perú
Valor que se paga	VNR, valores hundidos al privatizarse	VNR	VNR	VNR	VNR
Costos de transmisión pagados por:	Generadores y consumidores	Generadores y consumidores	Generadores	Consumidores	Transferidos en las tarifas a los consumidores
Distribución de los pagos	Basada en el uso del sistema, de acuerdo a cambios incrementales	Basada en el uso del sistema, de acuerdo a cambios incrementales	Basada en el uso del sistema, de acuerdo a cambios incrementales	Basada en el uso del sistema, de acuerdo a cambios incrementales	Basada en el esquema de <i>postage stamp</i>
Medición del uso del sistema	En condiciones de punta	En diferentes condiciones de operación	En condiciones de punta	En condiciones de máximo uso del sistema	En condiciones de máximo uso del sistema
Prorratio de pago basado en:	Máximo flujo transmitido	<i>Peak</i> de capacidad de generación y <i>peak</i> de demanda de consumo	Máximo flujo transmitido	Flujo ajustado para distribuir los pagos 50% a generadores y 50% a consumidores	<i>Peak</i> de demanda de consumo (para líneas principales) y estimación del flujo transmitido y beneficiarios para líneas secundarias

VNR: valor nuevo de reemplazo
Basado en Danitz 2001

Cuadro 4.6. Comparación de la asignación de cargos en líneas troncales

País	Generación	Demanda
Chile	100%	0%
Colombia	0%	100%
Bolivia	25%	75%
Perú	0%	100%
Argentina	54%	46%
Suecia	Móvil	Móvil
Nueva Zelanda	Móvil	Móvil
Inglaterra	23%	77%
España	50%	50%
Canadá	50%	50%

Fuente: Rudnick, Mocárquer y Soré 2003

8. PLANIFICACIÓN DE LA TRANSMISIÓN

Las peculiaridades de las inversiones en transmisión exigen que estas sean objeto de un tratamiento regulatorio especial. En primer lugar, son altamente intensivas en capital, pues la mayor parte de los costos totales corresponden a las inversiones iniciales. En segundo lugar, estas inversiones poseen un carácter de «costo hundido» (*sunk cost*), pues la mayor parte no se puede utilizar luego para fines alternativos. En tercer lugar, su realización puede ser eficiente en un determinado contexto, pero luego las condiciones pueden cambiar y la línea podría dejar de utilizarse o ya no ser eficiente, lo que hace que si fueran pagadas solo con las diferencias de precios entre nodos, la recuperación de los costos no estaría garantizada. Por ejemplo, las condiciones del sistema pueden variar abruptamente cuando por algún motivo ingresa una nueva línea de transmisión que puede quitar parte de la carga que pasaba por una línea ya construida o hacer que algún cliente que antes usaba la línea antigua se conecte directamente a esta nueva línea. En cuarto lugar, la existencia de indivisibilidades y economías de escala hace que, incluso en el caso de que la línea siempre sea requerida, la remuneración obtenida sobre la base de los principios marginalistas no alcance para recuperar los costos totales.

Estas características complican la atracción de nuevas inversiones si solo se utilizaran las señales de precios que genera el sistema marginalista, pues los inversionistas tendrían una alta incertidumbre sobre la recuperación de sus inversiones y problemas para determinar sus rentabilidades.¹⁸ Por ello, una solución común a estos problemas es que el Estado apruebe el trazo y la capacidad de las nuevas líneas de transmisión y que a la vez establezca una tarifa estable por un período prolongado, lo cual se suele realizar mediante contratos de largo plazo.

Se ha visto que, en teoría, el sistema marginalista basado en precios marginales locales 1) permite identificar el impacto de la congestión sobre el bienestar de los consumidores y las ganancias de los generadores, dando las señales adecuadas para el consumo y la inversión; y 2) posibilita el uso de instrumentos de manejo de riesgos, como los derechos financieros de transmisión (FTR).

Sin embargo, en presencia de fallas de mercado debidas a la existencia de economías de escala y problemas de externalidades, y atendiendo a los potencialmente

¹⁸ El análisis económico de la inversión en contextos de incertidumbre ha mostrado que cuando un agente observa un alto grado de incertidumbre sobre la evolución futura de sus ingresos decidirá en muchos casos postergar sus decisiones de inversión hasta que la incertidumbre se reduzca. Ello es principalmente relevante cuando estas inversiones tienen el carácter de «costos hundidos» y las inversiones son muy específicas. La incertidumbre genera un valor adicional si se decide esperar o postergar las inversiones, lo que ha dado lugar a los modelos de opción real (*real option*). Una presentación de esta teoría se puede encontrar en Dixit y Pindyck 1994.

complejos problemas de acción colectiva derivados del hecho de que las líneas no benefician a un agente en particular, generalmente es necesario complementar estas señales, lo que requiere la intervención estatal. El Estado debe planificar la expansión del sistema, identificar proyectos con beneficios netos, determinar los beneficiarios y asignar los cargos. Ello, particularmente, para el caso de instalaciones que afectan a muchos agentes. La planificación de la transmisión se puede realizar en una entidad estatal o ser encargada a una entidad independiente de los otros agentes del sistema que presente un plan de inversiones en transmisión que debe ser aprobado por parte del Estado.

En algunos países se han implementado mecanismos alternativos para la autorización de la construcción de nuevas líneas tratando, en la medida de lo posible, de involucrar a los potenciales beneficiarios o agentes perjudicados. Así, se busca que los potenciales beneficiarios se comprometan a pagar las nuevas líneas y que los agentes que podrían verse perjudicados por su construcción puedan vetarlas si sobrepasan determinado umbral o buscar mecanismos que los compensen, siendo un caso importante a nivel internacional el mecanismo implementado en Argentina, donde los agentes perjudicados por las nuevas líneas pueden incluso vetar la realización de un proyecto (ver Romero 2003b).

Hogan (2004) considera que se requiere un análisis que viabilice un límite entre la regulación y el uso de señales de mercado. Las «inversiones reguladas» deben realizarse cuando existen beneficios económicos para la sociedad que no se reflejan en los incentivos privados, por lo que si se dejara que el mercado brinde las señales para las inversiones, no se darían las inversiones necesarias en el sector. Estas «inversiones reguladas» se justifican en los siguientes contextos:

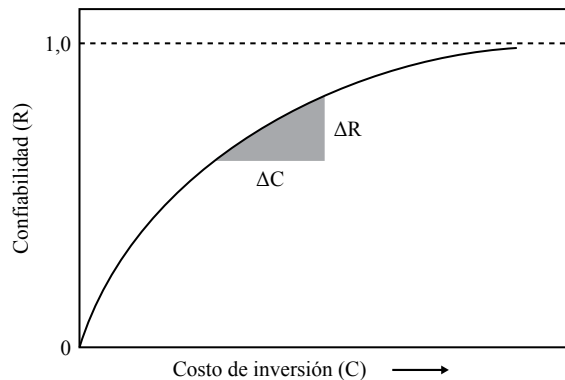
- Inversiones en confiabilidad (servicios complementarios como el soporte de potencia reactiva o de diseño, como las inversiones basadas en el «criterio $n-1$ »), ya que existen limitaciones para que el mercado pueda valorar los beneficios derivados de estos servicios.
- El financiamiento de inversiones indivisibles (*lumpy investments*) que pueden producir cambios materiales en los precios de los diferentes nodos del sistema. Estos cambios en los precios pueden hacer que el valor *ex post* de los ingresos tarifarios o lo recaudado por los derechos de transmisión de estas líneas sea menor que el costo de inversión y costos fijos adicionales requeridos por su carácter indivisible. Por ello el financiamiento de estas inversiones debe realizarse mediante cargos complementarios u otros mecanismos.
- Existen inversiones adicionales destinadas a mitigar el poder de mercado cuyos efectos sobre los costos sociales no son tenidos en cuenta directamente cuando se realiza un análisis basado en costos.

En estos casos, el regulador debe hacer uso de su poder coercitivo para identificar beneficiarios, calcular los beneficios y generar la obligación de pagar las instalaciones —mitigando los incentivos de *free riders* o polizones—.

Un tema de particular importancia en la planificación de las inversiones en transmisión es el referido a los criterios para invertir en confiabilidad. Por ejemplo, muchas veces se requieren inversiones adicionales como las instalaciones necesarias para cumplir con el «criterio $n-1$ », el cual, en términos generales, establece que el sistema debe ser capaz de soportar, en cualquier momento, la pérdida no programada de uno de sus elementos. Este criterio es de tipo «determinístico», y el sistema debe soportar la contingencia más severa, incluso si esta ocurriera en el momento más desfavorable. En este sentido, es preciso encontrar un equilibrio entre los costos necesarios para cumplir con este criterio de confiabilidad y la cantidad adicional de energía que se logra transmitir en el sistema cumpliendo este criterio, lo cual se ilustra en el gráfico 4.17.

Los problemas inherentes para encontrar el arreglo institucional adecuado y diseñar un sistema tarifario que permita tener un sistema de transmisión confiable han sido el origen de importantes eventos de caída del sistema eléctrico, como el apagón sucedido en Nueva York y el sur de Canadá en el año 2003 (ver Joskow 2003 y US-Canada Power System Outage Task Force, 2004). Como resultado se interrumpieron 63 GW de carga y se afectaron cincuenta millones de personas en ocho estados americanos y dos provincias canadienses.

Gráfico 4.17. Incremento en confiabilidad versus costos de inversión



Las decisiones de inversión en transmisión deben considerar los diferentes servicios que esta infraestructura provee a los agentes del sistema eléctrico y las disponibilidades de pagar de ellos. De acuerdo con Arellano y Serra (2004), el sistema de transmisión presta simultáneamente distintos servicios, y los beneficiados con cada uno de ellos pueden ser diferentes en cada caso, lo que dificulta el proceso de planificación de inversiones.

En efecto, el sistema de transmisión transporta energía desde los nodos más baratos hacia los nodos más caros, sustituye potencia instalada —principalmente cuando las demandas pico entre localidades difieren en el tiempo—, reduce la necesidad de reserva y aumenta la competencia en el mercado eléctrico, principalmente cuando el mercado mayorista se ha abierto a la competencia a través de una bolsa de energía.

9. COMENTARIOS FINALES

La transmisión eléctrica, además de ser un monopolio natural, es una industria de redes. Ello lleva a que la regulación de esta actividad sea bastante compleja. En primer lugar, debido a sus características de red surge la necesidad, en la mayor parte de los casos, de desarrollar un mecanismo de planificación que asegure la retribución de las inversiones dentro de un sistema eficiente y sostenible. En segundo lugar, los modelos de tarifas de transmisión no solo deben asegurar que se cobren los costos de operación e inversión sino tratar de lograr que estos sean pagados, en la medida de lo posible, por los beneficiarios del sistema de transmisión en proporción a los beneficios que estos obtienen por la transmisión.

En particular, en el análisis de las decisiones de inversión en capacidad de transmisión y la forma como esta debe remunerarse, debe tenerse en cuenta una serie de factores. En primer lugar, las inversiones en transmisión se deben evaluar considerando las características de la demanda y los costos de generación en cada uno de los nodos del sistema eléctrico, siendo viables económicamente solo cuando el ahorro logrado en los costos de generación es superior a los costos de la nueva capacidad de transmisión. En segundo lugar, si bien el uso de estos criterios, basados en principios marginalistas, permite identificar las inversiones necesarias y genera una forma de valorizarlas, la existencia de economías de escala y de indivisibilidades, y los efectos de las interconexiones sobre los precios nodales del sistema, hacen que la remuneración basada en la diferencia de precios entre nodos (ingreso tarifario) no sea suficiente para cubrir los costos de la transmisión y generar ingresos estables a los inversionistas. Por ello, se hacen necesarios cargos complementarios que terminen de cubrir todos los costos, los cuales son repartidos entre los beneficiarios de las redes a partir de diferentes criterios, sin que exista un consenso a nivel internacional sobre el mecanismo a utilizarse para asignarlos entre los agentes del sistema.

Además del problema de determinación de tarifas, las características descritas también dificultan la atracción de inversiones en transmisión basada solo en mecanismos de mercado, lo que hace necesaria la intervención estatal con mecanismos como la aprobación de nuevas inversiones y la creación de regímenes tarifarios que permitan garantizar la recuperación de las inversiones.

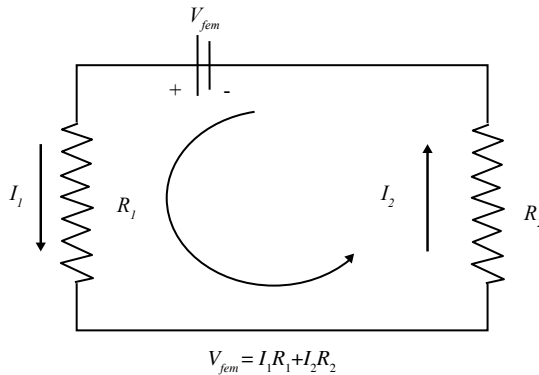
APÉNDICE 4.1. LAS LEYES DE KIRCHHOFF Y DE OHM

La primera ley de Kirchhoff (ley de mallas)

Esta ley establece que la suma de los voltajes de un sistema eléctrico es cero. El voltaje se puede entender como la «presión» de los electrones. La ley señala que en toda trayectoria cerrada en un circuito, la suma algebraica de las fuerzas electromotrices y las caídas de potencial es igual a cero.

En el gráfico se aprecia un circuito de una malla conformado por dos resistencias (R_1 y R_2) y una fuente electromotriz (V_{fem}). La corriente circula en sentido contrario a las manecillas del reloj. En términos gráficos se puede expresar esta ley de la siguiente manera:

Gráfico 1. Ley de mallas (primera ley de Kirchhoff)



La fuerza inicial con la que se mueve el electrón está dada por el generador (la fuerza electromotriz). Esta fuerza se reduce al pasar la corriente (I_1) por la primera resistencia (R_1). Con esta nueva fuerza el electrón sigue por el resto del circuito hasta llegar a la segunda resistencia (R_2), en donde nuevamente el electrón pierde su fuerza de desplazamiento. La ley de Kirchhoff establece que la suma de todas las fuerzas de desplazamiento que se pierden a lo largo del circuito eléctrico debe ser igual a la diferencia entre la fuerza con la que se inyecta y la fuerza con la que llega el electrón a la barra de generación.

Un enunciado alternativo de esta ley es que en «en toda malla la suma algebraica de las diferencias de potencial eléctrico debe ser cero».

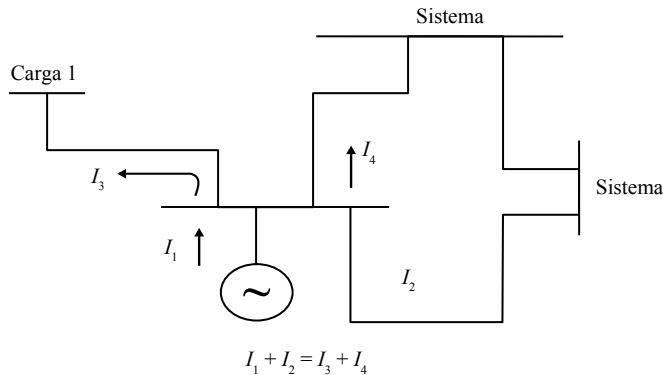
$$\sum_{k=1}^n V_k = 0$$

La segunda ley de Kirchhoff (ley de nudos)

Esta ley establece que la energía inyectada en una barra es igual a la cantidad de energía retirada de dicha barra. Esto explica por qué un generador localizado en la misma área geográfica de su cliente no abastece de manera exclusiva su contrato físico de suministro. Además, la energía proporcionada por el generador se consume a pesar de que su demanda puede ser menor. Es decir, no es posible el «almacenamiento» ni la «generación» de energía en las instalaciones de transmisión.

En el gráfico se aprecia que una de las barras recibe energía de dos fuentes: la primera es la inyección de un generador (I_1) y la segunda proviene del sistema (I_2). El total de esta energía se retira para abastecer la demanda de la carga 1 (I_3) y el resto se distribuye en el sistema (I_4).

Gráfico 2. Ley de nudos (segunda ley de Kirchhoff)



Haciendo una analogía con el sistema de agua potable, la primera ley de Kirchhoff se puede interpretar de la siguiente manera: la presión de inyección de agua —«fuerza electromotriz»— es igual a la suma de la presión a la que llega el agua al final de los conductores. En el caso de la segunda ley de Kirchhoff, la cantidad de agua (metros cúbicos por segundo) que llega a una subestación de bombeo es igual a la cantidad de agua —medida en metros cúbicos por segundo— que se distribuye entre las redes conectadas a dicha subestación.

La ley de Ohm

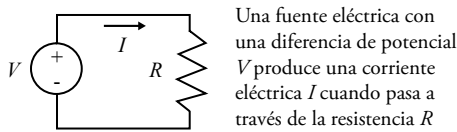
Esta ley señala que existe una relación entre la corriente de energía en un circuito y la diferencia de potencial aplicado a dicho circuito. Ohm encontró experimentalmente que esta relación era proporcional. Es decir, para un conductor dado, cuando por

ejemplo se duplica o se triplica la diferencial de potencia —voltaje—, también se duplica o triplica la corriente.

Tal como se describió anteriormente, la diferencia de potencial en los extremos del conductor se representa por la letra V y la corriente por la letra I . Además, si representamos la resistencia de un conductor i por R_i , la ley de Ohm se puede formular como:

$$V_i = I_i \times R_i$$

Gráfico 3. Circuito mostrando la ley de Ohm



Por su parte, la resistencia del conductor, entendida como la dificultad que se opone al paso de la corriente, depende de sus dimensiones, es decir, tendrá más resistencia cuanto más estrecho y largo sea el conductor. Esta proporcionalidad se expresa como:

$$R_i = \frac{\rho_i}{S_i}$$

donde:

- R_i : resistencia del conductor i (medida en ohmios)
- S_i : sección transversal del conductor (medida en metros cuadrados)
- ρ_i : resistividad o resistencia específica¹⁹

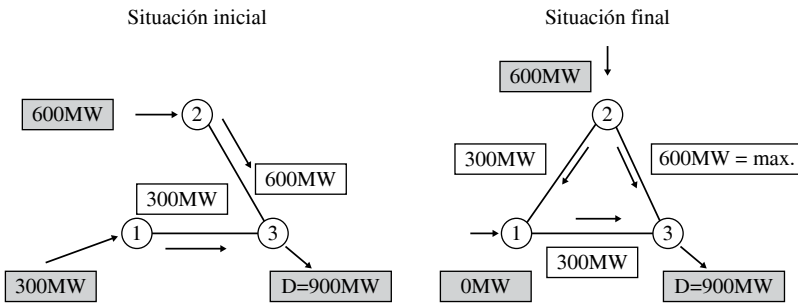
Una derivación de la ley de Ohm es que la energía se traslada por el conductor que ofrece menos resistencia. Siguiendo con la analogía del sistema de transporte de agua potable, supongamos que existen dos conductores que abastecen a dos poblaciones. La primera población está localizada a cuarenta metros sobre el nivel del mar y la segunda a solo veinte metros sobre el nivel del mar. Estos dos conductores están conectados a una estación de bombeo. La ley de Ohm nos dice que el agua se desplazará en mayor proporción por el primer conductor que por el segundo.

¹⁹ La resistividad es una constante que depende del material con que está fabricado el conductor en cuestión. A la inversa de la resistividad se le llama *conductividad*.

APÉNDICE 4.2. EJEMPLO DE INVERSIONES DETRIMENTALES EN TRANSMISIÓN²⁰

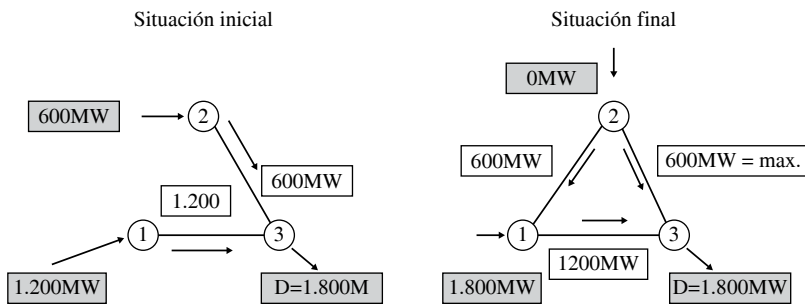
Consideraremos un sistema con tres nodos —dos de generación, uno caro (nodo 1) y otro barato (nodo 2), y un punto de consumo (nodo 3)—, una restricción de transmisión de 600 MW entre los nodos 2 y 3, y una capacidad máxima del generador 2 de 900 MW. Si se realiza una inversión en transmisión entre los nodos 1 y 2, el generador 2 podrá producir todo y los costos se reducirán.

Gráfico 1. Ejemplo de inversión detrimental: situación inicial



Sin embargo, una inversión inicialmente eficiente puede dejar de serlo ante un cambio en la demanda, por ejemplo si esta se incrementa de 900 MW a 1.800 MW. En este caso, debido a la necesidad de abastecer toda la demanda, el generador caro terminará produciendo toda la energía demandada.

Gráfico 2. Ejemplo de inversión detrimental: incremento de la demanda



²⁰ Este ejemplo se ha tomado de Hogan 1996 y Lasheras 1999.

APÉNDICE 4.3. DERIVACIÓN FORMAL DE LOS PRECIOS MARGINALES LOCALES²¹

En la derivación de los precios marginales óptimos debe realizarse un análisis previo que permita identificar un criterio general a partir del cual decidir los niveles de producción de electricidad. Para ello tenemos en cuenta que el bienestar de la sociedad se puede medir como la diferencia entre el bienestar obtenido por el consumidor para un nivel de demanda $B(D)$ y el costo de producción de una cantidad de producción $C(P)$. La planificación buscará maximizar esta diferencia, lo cual se puede plantear matemáticamente de la siguiente forma:

$$\text{Maximizar } B(D) - C(P)_{P,D}$$

$$\text{sujeto a: } P = D$$

El problema lagrangiano asociado es:

$$L(D, P, \lambda) = B(D) - C(P) + \lambda(P - D)$$

Obteniendo las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial L}{\partial D} = \frac{dB}{dD} - \lambda = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial P} = -\frac{dC}{dP} + \lambda = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = P - D = 0 \quad (3)$$

$$\text{Igualando las expresiones 1 y 2 obtenemos: } \frac{dB}{dD} = \frac{dC}{dP} = \lambda$$

Es decir, que en el óptimo el incremento marginal en el beneficio del consumidor por una mayor demanda debe ser igual al incremento marginal en el costo de producción. Este problema se puede plantear para un caso más general de la siguiente forma:

$$\text{Maximizar } \sum_K B(D_K) - \sum_J C_J(G_J)$$

sujeto a:

$$\sum_K d_K + \text{pérdidas} - \sum_J g_J = 0 \quad (I)$$

$$|Z_i| \leq Z_i^{\max} \quad (II)$$

$$g_j \leq g_j^{\max} \quad (III)$$

$$\sum_j g_j \leq g_{\text{crítico}} \quad (IV)$$

²¹ Esta sección se basa en Green 1998, Hsu 1997 y en los desarrollos del capítulo 6 de Kirschen y Strbac 2004.

donde:

- d_k : representa la demanda en el nodo k
- g_j : representa la generación en el nodo j
- $g_j^{\max}$: representa el máximo nivel de generación obtenible en el nodo j
- $Z_j^{\max}$: máximo flujo permitido por la línea i

Reescribiendo el problema como un lagrangiano tenemos:

$$\begin{aligned} \text{Maximizar } & \sum_K B(d_K) - \sum_J C_J(g_J) \\ & - u_e \left[\sum_K d_K - \text{pérdidas} - \sum_J g_J \right] \quad (I) \\ & - u_i^{Qs} \left[|Z_i| - Z_i^{\max} \right] \quad (II) \\ & - u_j^{\max} \left[g_j - g_j^{\max} \right] \quad (III) \\ & - \gamma \left[\sum_j g_j - g_{\text{crítico}} \right] \quad (IV) \end{aligned}$$

siendo:

- (I) Restricción del balance de energía (demandas más pérdidas igual a generación total)
- (II) Restricciones del flujo máximo de las líneas
- (III) Restricciones de máximas capacidades de generación individuales
- (IV) Restricción de capacidad de generación total

Las condiciones de primer orden respecto a las demandas son:

$$\frac{\partial B}{\partial d_K} - u_e \left[1 + \frac{\partial \text{pérdidas}}{\partial d_K} \right] - \sum_i u_i^{Qs} \frac{\partial Z_i}{\partial d_K} = 0 \quad (1a)$$

Mientras que las condiciones de primer orden respecto a la producción en cada nodo son:

$$-\frac{\partial C}{\partial g_J} - u_e \left[\frac{\partial \text{pérdidas}}{\partial g_J} - 1 \right] - \sum_i u_i^{Qs} \frac{\partial Z_i}{\partial g_J} - u_j^{\max} - \gamma = 0 \quad (2a)$$

Si consideramos que el consumo en el nodo K se dará cuando el precio cobrado (P_K) sea igual al beneficio marginal obtenido por los consumidores, tendremos de la expresión 1a:

$$\frac{\partial B}{\partial d_K} = P_K = u_e \left[1 + \frac{\partial \text{pérdidas}}{\partial d_K} \right] + \sum_i u_i^{Qs} \frac{\partial Z_i}{\partial d_K} \quad (3a)$$

A su vez, debe tenerse en cuenta que una reducción de la generación en un nodo debe tener los mismos efectos sobre las pérdidas y las restricciones de transmisión que un incremento de la demanda, por lo que la ecuación 2a se puede reordenar de la siguiente forma:

$$\frac{\partial C}{\partial g_j} + u_j^{\max} + \gamma = u_e \left[1 + \frac{\partial \text{pérdidas}}{\partial g_j} \right] - \sum_i u_i^{\text{qs}} \frac{\partial Z_i}{\partial g_j} = u_e \left[1 + \frac{\partial \text{pérdidas}}{\partial d_k} \right] + \sum_i u_i^{\text{qs}} \frac{\partial Z_i}{\partial d_k} = P_k$$

$$\Rightarrow P_k = \frac{\partial C}{\partial g_j} + u_j^{\max} + \gamma \quad (4a)$$

Si definimos P^* como el precio en la barra de referencia (*swing bus*) y tenemos en cuenta que por definición los insumos en la barra base no afectan los flujos ni pérdidas del sistema, usando la ecuación 3a tenemos que:

$$P^* = u_e \quad (5a)$$

Es decir, que el precio sería igual al precio sombra de la restricción de balance de energía. Regresando al resultado de la ecuación 4a:

$$P_k = \frac{\partial C}{\partial g_j} + u_j^{\max} + \gamma$$

tenemos que el precio en el nodo base o de referencia sería la suma del costo marginal de generación en el nodo y los precios sombra de la capacidad de generación total y del nodo base.

Dado que por definición el generador marginal está localizado en la barra base, el multiplicador de la restricción de la capacidad de este generador es cero, ya que si este generador no tiene capacidad suficiente entonces todo el sistema no la tendrá, por lo que el precio sombra de la capacidad del sistema (γ) es igual a la diferencia entre el costo marginal de generación y el beneficio marginal de los consumidores en el nodo base:

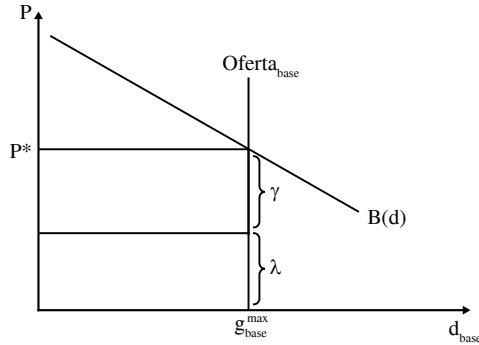
$$P^* = \frac{\partial C}{\partial g_j} + \gamma \Rightarrow \gamma = P^* - \frac{\partial C}{\partial g_j} \quad (6a)$$

Al costo marginal de generación en el nodo de referencia se le suele denominar λ :

$$\lambda = \frac{\partial C}{\partial g_j} \Rightarrow P^* = \lambda + \gamma \quad (7a)$$

De esta forma el precio en el nodo base será igual a la suma del costo marginal de generación (λ) más el multiplicador de la restricción de capacidad de generación (γ) cuando esta ha llegado a su máximo, tal como se puede ver en el gráfico adjunto.

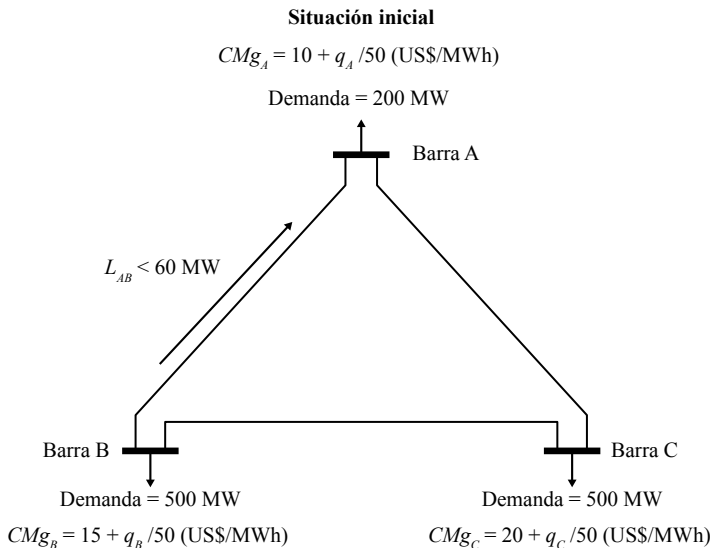
Gráfico 1. Multiplicadores del costo marginal y de la capacidad de generación



APÉNDICE 4.4. EJEMPLO DE USO DEL PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN EN EL DESPACHO

Se tienen tres nodos (A , B , y C) con los datos de demanda y costos marginales que se muestran en el gráfico adjunto. La línea que conecta los nodos A y B tiene una capacidad máxima de 60 MW y en cada nodo podemos definir una función de costos marginales creciente, con los generadores en A operando a costos menores que los de B y C , siendo los costos de B más bajos que los de C . Todas las líneas tienen la misma impedancia.

Gráfico 1. Ejemplo del uso del principio de superposición: datos



El despacho óptimo considerando estos datos se puede obtener resolviendo el problema de minimización del costo total de generación, sujeto a las restricciones de capacidad de transmisión y las impuestas por la operación física del sistema. La expresión formal usando la notación de la sección «Ejemplo de influencia de los *loop flows* en el despacho óptimo» (subcapítulo 4) es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar } CT &= CT_A(G_A) + CT_B(G_B) + CT_C(G_C) \\
 G_{AA}, G_{AB}, G_{AC}, G_{BA}, G_{BB}, G_{BC}, G_{CA}, G_{CB}, G_{CC} \\
 \text{sujeto a :} \\
 G_{AA} + G_{BA} + G_{CA} &= D_A \\
 G_{AB} + G_{BB} + G_{CB} &= D_B \\
 G_{AC} + G_{BC} + G_{CC} &= D_C \\
 \frac{\alpha + \delta}{(\alpha + \beta + \delta)} G_{AB} + \frac{\alpha}{(\alpha + \beta + \delta)} G_{AC} + \frac{\delta}{(\alpha + \beta + \delta)} G_{CB} - \frac{\alpha + \delta}{(\alpha + \beta + \delta)} G_{BA} \\
 - \frac{\delta}{(\alpha + \beta + \delta)} G_{BC} - \frac{\alpha}{(\alpha + \beta + \delta)} G_{CA} &= F_{AB} \leq \bar{T}_{AB} \\
 G_{AA}, G_{AB}, G_{AC} \geq 0, G_{BA}, G_{BB}, G_{BC} \geq 0, G_{CA}, G_{CB}, G_{CC} &\geq 0
 \end{aligned} \tag{Ia}$$

donde G_{ij} es la energía generada en el nodo i para el nodo j , sin importar el trayecto que esta siga. Por lo que G_A , G_B y G_C se definen como:

$$\begin{aligned}
 G_A &= G_{AA} + G_{AB} + G_{AC} \\
 G_B &= G_{BA} + G_{BB} + G_{BC} \\
 G_C &= G_{CA} + G_{CB} + G_{CC}
 \end{aligned}$$

Usando los datos del problema, e integrando las funciones de costos marginales, tenemos:

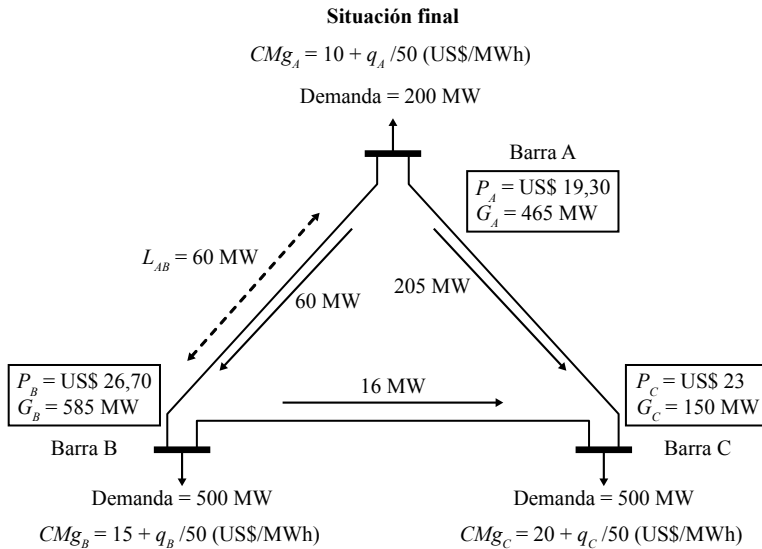
$$\begin{aligned}
 \text{Minimizar } CT &= \left(10 \times G_A + \frac{G_A^2}{100} \right) + \left(15 \times G_B + \frac{G_B^2}{100} \right) + \left(20 \times G_C + \frac{G_C^2}{100} \right) \\
 G_{AA}, G_{AB}, G_{AC}, G_{BA}, G_{BB}, G_{BC}, G_{CA}, G_{CB}, G_{CC} \\
 \text{sujeto a :} \\
 G_{AA} + G_{BA} + G_{CA} &= 200 \\
 G_{AB} + G_{BB} + G_{CB} &= 500 \\
 G_{AC} + G_{BC} + G_{CC} &= 500 \\
 \frac{2}{3} G_{AB} + \frac{1}{3} G_{AC} + \frac{1}{3} G_{CB} - \frac{2}{3} G_{BA} - \frac{1}{3} G_{BC} - \frac{1}{3} G_{CA} &\leq 60 \\
 G_{AA}, G_{AB}, G_{AC} \geq 0, G_{BA}, G_{BB}, G_{BC} \geq 0, G_{CA}, G_{CB}, G_{CC} &\geq 0
 \end{aligned} \tag{Ib}$$

Se puede demostrar que la solución a este problema será la siguiente: $G_A^* = 465$, $G_B^* = 585$ y $G_C^* = 150$. Los costos marginales o precios marginales locales (LMP's) serán: $LMP_A = 19,30$ US\$/MWh, $LMP_B = 26,70$ US\$/MWh y $LMP_C = 23,00$ US\$/MWh. El costo total asciende a US\$ 22.235.

Como se puede comprobar en este caso, en el despacho óptimo se estaría cumpliendo el «principio de superposición», el cual establece que las restricciones de transmisión se deben evaluar en relación al valor neto de la energía transmitida en un tramo de la red eléctrica. Dado que la restricción de transmisión está limitando en el óptimo, su valor será igual a la suma del flujo que pasa por la línea en las proporciones definidas por las leyes físicas desde *A* hacia *B* y *C*, desde *C* hacia *B*, menos el flujo que va desde *B* hacia *A* y *C*, y desde *C* hacia *A*.

Debe notarse que en este caso el LMP o costo marginal en el nodo *C* es menor que en el nodo *B* debido a las restricciones de transmisión y de satisfacción de la demanda en todos los nodos. También debido a que conforme se incrementa el nivel de producción, los costos marginales también lo hacen, de modo que se llega a un momento en que las centrales que inicialmente eran más baratas igualan sus costos marginales con las de los otros nodos, siendo eficiente que ya no produzcan cantidades adicionales.²² La situación final, luego de haberse optimizado el despacho, se muestra en el gráfico 2.

Gráfico 2. Ejemplo del uso del principio de superposición: resolución

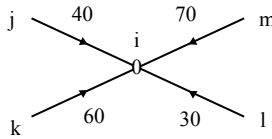


²² Ello se puede comprobar si se elimina la restricción de capacidad máxima de transmisión entre *A* y *B*. En este caso la optimización del despacho, teniendo en cuenta que no hay restricciones de capacidad de generación, implicará que se produzca hasta que los costos marginales en los tres nodos sean iguales. Se puede comprobar que ello se logrará con unos niveles de producción, con un costo marginal de US\$ 23 por MWh.

APÉNDICE 4.5. EJEMPLO DE ASIGNACIÓN DEL CARGO COMPLEMENTARIO CON EL MÉTODO DE BIALEK²³

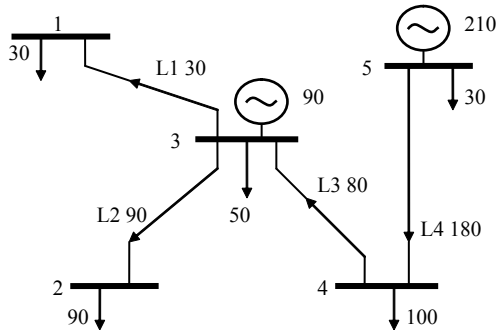
Este método, utilizado para trazar el flujo de electricidad a través de un «sistema enmallado», se basa en el uso del «principio de proporcionalidad», el cual se deriva del cumplimiento de las leyes de Kirchhoff. Este se puede ilustrar en el siguiente gráfico, donde existen cuatro líneas conectadas al nodo i de las cuales dos inyectan potencia al nodo y dos se la retiran.

Gráfico 1. Ejemplo del uso del principio de proporcionalidad



La potencia total que pasa a través del nodo es $P_i = 40 + 60$, de la cual 40% proviene de la rama ji y 60% proviene de la rama ki . Se adopta el supuesto de que cada MW que se retira de este nodo contiene la misma proporción de potencia proveniente de las ramas que inyectan potencia al nodo. Así, para la rama im por la que pasa un flujo de 70 MW, el 40% provendría de la rama ji (28 MW) y el 60% de la rama ki (42 MW). Aplicando este principio al sistema eléctrico ilustrado en el gráfico 2, donde existen cuatro consumidores y cuatro líneas interconectadas, se obtienen los pagos por consumidor para cada línea del sistema presentados en el cuadro 1. Se puede ver que las líneas 1 y 2 son pagadas solo por los consumidores 1 y 2 respectivamente, pues son los únicos que las usan, mientras que la línea 3 es pagada proporcionalmente por los consumidores 1, 2 y 3; y la línea 4, por todos los consumidores.

Gráfico 2. Ejemplo del reparto de costos por el método de Bialek



²³ Basado en Rubio Odériz 1999 y Danitz 2001.

Cuadro 1. Ejemplo del reparto de costos por el método de Bialek

Consumidor	Línea 1	Línea 2	Línea 3	Línea 4
Consumidor 1	CC L1		$\frac{30}{170}$ CC L3	$\frac{30}{170} \frac{80}{180}$ CC L4
Consumidor 2		CC L2	$\frac{90}{170}$ CC L3	$\frac{90}{170} \frac{80}{180}$ CC L4
Consumidor 3			$\frac{50}{170}$ CC L3	$\frac{50}{170} \frac{80}{180}$ CC L4
Consumidor 4				$\frac{100}{180}$ CC L4